Ejercicio nº 2 para Almanaque Náutico de 2010
Autor: Pablo González de Villaumbrosia García. 29.12.2009

El día 15 de Setiembre de 2010 un yate encontrándose en situación estimada le = 40º-00'N y Le = 4º-45'E, navegando al Ra = 037º y Vb = 10 nudos en el momento de la salida del Sol (orto aparente), toma marcación del Sol = 41º a estribor.

Mas tarde, a Hcro = 07h-35m-26s observa ai☼ limbo inferior = 35º-9', continuando navegando en estas mismas condiciones hasta ser el mediodía verdadero en que toma ai☼ limbo inferior = 52º-19,3'

Más tarde, navegando al Rv = 040º y Vb = 10 nudos, a HRB = 14-20 observa a un buque B que demora al 050º verdadero y que se encuentra a 30 millas de distancia. Rumbo de B = 260º y velocidad de B = 15 nudos.

Después de otros acaecimientos, a Hcro = 18h-10m-15s, en estimación estimada le = 42º-25'N y Le = 6º-43'E, navega al Rv = 033º, velocidad de máquina = 10 nudos, observa ai*Arcturus = 23º 37,8'; Zv de Arcturus = 306º y simultáneamente ai*Polar = 42º-20,9'.

EA a 0h de TU del día 15 = 01h-00m-15s, de movimiento diario = 3s en adelanto, error de índice = 1' a la izquierda, elevación del observador = 2 metros.

Se pide:
1.- Rv y Ct a la salida del Sol
2.- Situación estimada a Hcro = 07h-35m-26s
3.- Situación por Marcq y meridiana Sol
4.- Cinemática. Calcular la mínima distancia a que nos pasará el buque B, demora en la que observaremos a B al encontrarse a mínima distancia, HRB.
5.- Situación final por Marcq de Arcturus y latitud por la estrella Polar.

Resolución:

1.- Rv y Ct a la salida del Sol

En tablas diarias del Almanaque Náutico para l = 40ºN

- Orto Sol día 14 Set. 2010 → 5h 40m
- Orto Sol día 16 Set. 2010 → 5h 42m

Interpolando: Orto Sol día 15 Set 2010 → HcL orto= 5h 41m

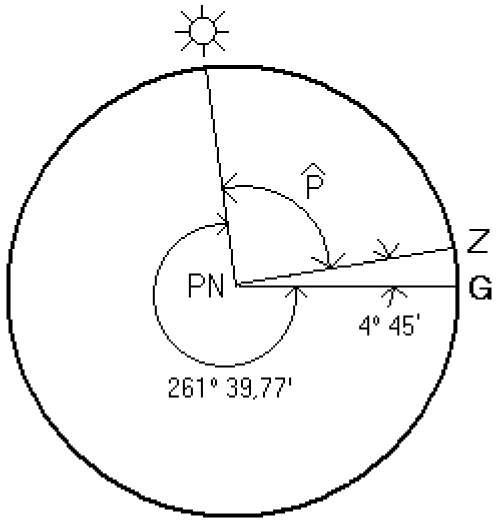
$$\text{HcG orto en L = TU = tiempo universal} = 5h\ 41m - \frac{4º\ 45'}{15º} = 5h\ 22m$$

En tablas AN del día 15 de Set. de 2010

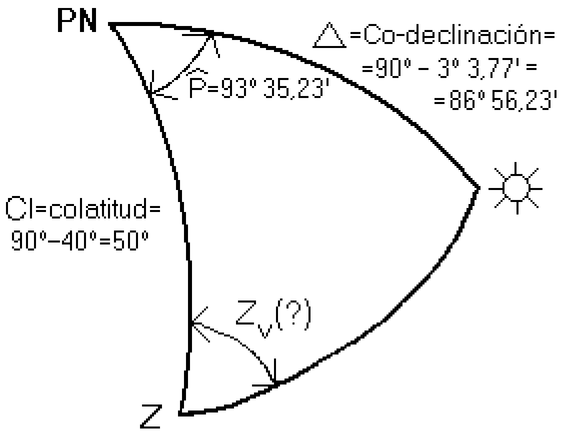
TU	hG☼	Dec
5h	256º 9,7'	+3º 4,1'
6h	271º 9,9'	+3º 3,2'

Interpolando para TU = 5h 22m sale:

hG☼ = 261º 39,77’
Dec = +3º 3,77’

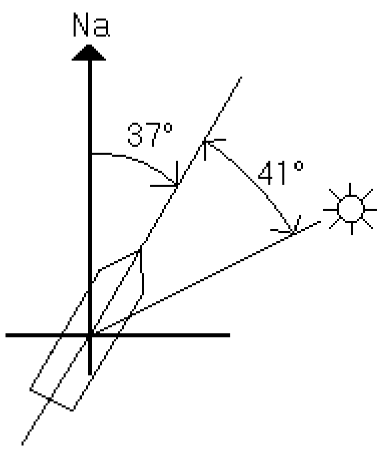


P = ángulo horario en el polo = 360º – 261º 39,77’ – 4º 45’ = 93º 35,23’



cotg 86º 56,23’ x sen 50º = cos 50º x cos 93º 35,23’+ sen 93º 35,23’x cotg Zv

Zv = N85,35ºE



$Za = 37º + 41º = 78º$
Ct = corrección total = $Zv - Za = 85{,}35º - 78º \approx +7º$
$Rv = Ra + Ct = 37º + 7º = 44º$

Respuestas:
$Rv = 44º$
$Ct = +7º$

2.- Situación estimada a Hcro=07h-35m-26s

Hcro = 07:35:26
EA = 01:00:15
TU = 7h 35m 26s + 1h 0m 15s = 8h 35m 41s

ppm = parte proporcional del movimiento = $3 \text{ x } \dfrac{8h\ 35m\ 41s}{24h} \approx 1\ s$

TU = 8h 35m 41s – 1s = 8h 35m 40s

El cronómetro no está afectado por el error de 12 horas, ya que la hora local de observación del Sol sería 8h 35m 40s + $\dfrac{4º\ 45'}{15º}$ = 8h 54m 40s, que es una hora normal de observación del Sol por la mañana.

Δt = intervalo de tiempo navegado = 8h 35m 40s − 5h 22m = 3h 13m 40s = 3,2278 horas
D = distancia navegada = Vb x Δt = 10 x 3,2278 = 32,278 millas
$\Delta l = D \text{ x } \cos Rv = 32{,}278 \text{ x } \cos 44º = 23{,}22'N$
A = apartamiento = $D \text{ x sen } Rv = 32{,}278 \text{ x sen } 44º = 22{,}42'E$

lm = latitud media = $l\text{origen} + \dfrac{\Delta l}{2}$ = 40º N +11,61'= 40º 11,61'

$$\Delta L = \frac{A}{\cos lm} = \frac{22{,}42'}{\cos 40º\ 11{,}61'} = 29{,}35'E$$

Respuesta:
Situación a Hcro = 7h 35m 26s
le = 40ºN + 23,22'N = 40º 23,22'N
Le = 4º 45'E + 29,35'E = 5º 14,35'E

3.- Situación por Marcq y meridiana Sol

ai☼ limbo inferior = 35º 9' (Hcro = 7h 35m 26s)
ao = altura observada = $ai + ei$ = 35º 9' – 1' = 35º 8'
aa = altura aparente = ao + Cd
Cd = corrección por depresión (para eo = 2m) = −2,6'
aa = 35º 8'− 2,6'= 35º 5,4'
$Csd+ref+par$ = corrección por semidiámetro+refracción+paralaje (para aa = 35º 5,4')=
= 14,7' − 0,1'= +14,6'

a_v = altura verdadera = a_a + $C_{sd+ref+par}$ = 35º 5,4’+14,6’= 35º 20’

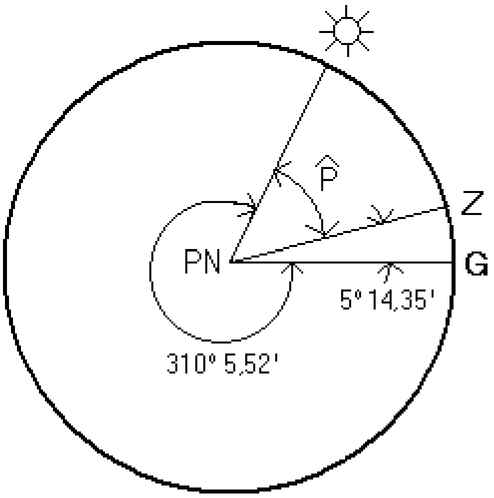
TU = tiempo universal = 8h 35m 40s

En tablas AN para el día 15 de Setiembre de 2010

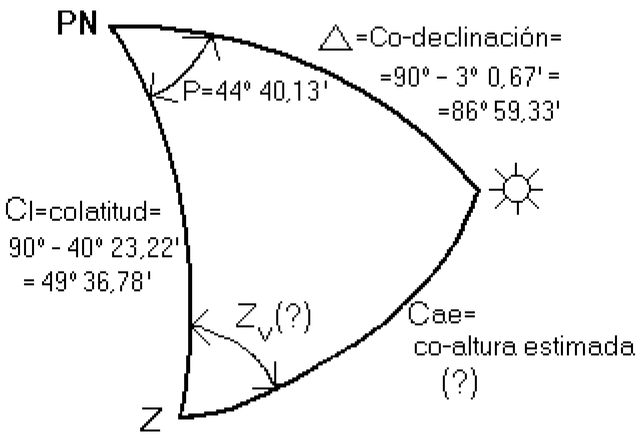
TU	**hG☼**	**Dec☼**
8h	301º 10,4’	+3º 1,2’
9h	316º 10,6’	+3º 0,3’

Interpolanto para TU = 8h 35m 40s

- hG☼ = 310º 5,52’
- Dec = +3º 0,67’



P = ángulo horario en el Polo = 360º – 310º 5,52’ – 5º 14,35’= 44º 40,13’



Del triángulo de posición de la figura sale:
Z_v = 120,9º
Cae = 54,9º → a_e = altura estimada = 90º – 54,9º = 35,1º = 35º 5,92’

Determinante del Sol a Hcro=7h 35m 26s:

$Zv = 120{,}9^\circ = S59{,}1^\circ E$

$\Delta a = av - ae = 35^\circ\ 20' - 35^\circ\ 5{,}92' = +14{,}08'$

Coeficiente Pagel por la mañana

$$Q = \text{coeficiente de Pagel} = \frac{1}{\text{tang } \Delta \text{ x sen P}} - \frac{\text{cotg Cl}}{\text{tang P}} = 0{,}7857$$

Navegación hasta mediodía

1ª método: barco en movimiento

$$\Delta t = \text{intervalo de tiempo navegado} = \frac{P}{15^\circ} = \frac{44^\circ\ 40{,}13'}{15^\circ} = 2h\ 58{,}67m = 2{,}978h$$

D = distancia navegada = Vb x Δt = 10 x 2,978 = 29,78 millas

A = apartamiento = D x sen Rv = 29,78 x sen 44º = 20,69'E

Δl = D x cos Rv =29,78 x cos 44º = 21,42'N

$$lm = \text{latitud media} = l\text{origen} + \frac{\Delta l}{2} = 40^\circ\ 23{,}22'N + 10{,}71' = 40^\circ\ 33{,}93'$$

$$\Delta L = \frac{A}{\cos lm} = \frac{20{,}69'}{\cos 40^\circ\ 33{,}93'} = 27{,}24'E$$

El Sol tarda en recorrer esos 27,24' un tiempo de $\frac{27{,}24'}{15'}$ = 1,82 minutos

Δt = intervalo de tiempo navegado = 2h 58,67m – 1,82m = 2h 56,85m = 2,9475h

Se resta ya que el barco se acerca hacia el Sol.

D = distancia navegada = Vb x Δt = 10 x 2,92475 = 29,475 millas

2º método: fórmula exacta

$$\Delta t = \text{tiempo exacto navegado} = \frac{he}{15^\circ + \frac{Vb \text{ x sen R}}{60 \text{ x cos } lm}} = \frac{44^\circ\ 40{,}13'}{15^\circ + \frac{10 \text{ x sen } 44^\circ}{60 \text{ x cos } 40^\circ\ 33{,}93'}} =$$

= 2h 56,88m = 2,948h, que es prácticamente igual al calculado anteriormente

Tomaremos éste tiempo como el tiempo navegado.

D = distancia navegada = Vb x Δt = 10 x 2,948 = 29,48 millas

Método analítico:

		Δl		A	
Rv	**D**	**N**	**S**	**E**	**W**
N44ºE	29,48'	21,21'	—	20,48'	—
S59,1ºE	14,08'	—	7,23'	12,08'	—
		13,98'		32,56'	

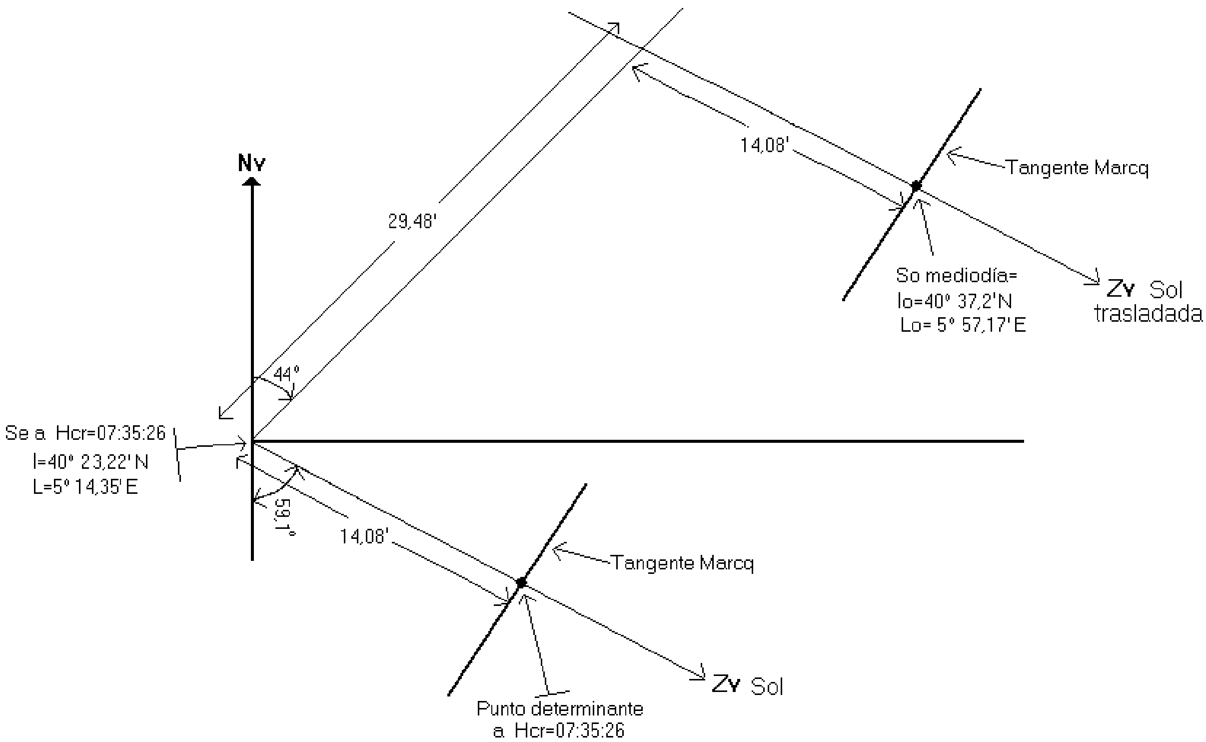
Δl = 13,98'N

lm = latitud media = $l\text{origen} + \dfrac{\Delta l}{2}$ = 40º 23,22'N + $\dfrac{13{,}98'}{2}$ = 40º 30,21'

$$\Delta L = \frac{A}{\cos \text{lm}} = \frac{32{,}56'}{\cos 40º\ 30{,}21'} = 42{,}82'E$$

Situación observada del punto determinante:
lo = 40º 23,22'N + 13,98'N = 40º 37,2'N
Lo = 5º 14,35'E + 42,82'= 5º 57,17'E

Método gráfico:

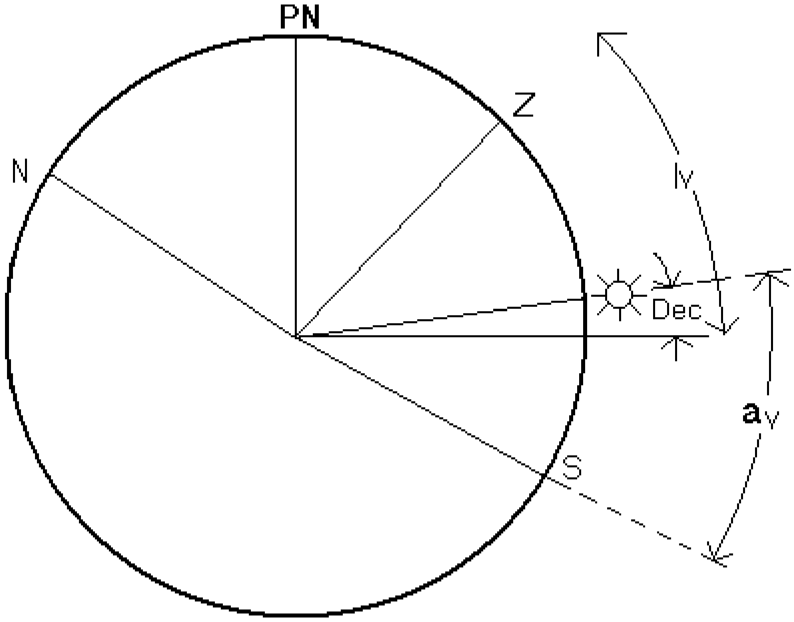


Cálculo Tiempo Universal del paso del Sol por el meridiano
TU pº ☼ mS/L = TU origen + tiempo navegado = 8h 35m 40s + 2h 56,88m = 11h 32,55m

Nota:
En tablas Almanaque Náutico (AN), PMG = Paso sol por Meridiano superior de Greenwich = = 11h 55,2m.

HcL pº ☼ mS/L = 11h 55,2m → TU pº ☼ mS/L = 11h 55,2m $- \dfrac{5º\,57{,}17'}{15º}$ = 11h 31,4m, que coincide bastante bien con el resultado de 11h 32,55m calculado anteriormente según el tiempo de navegación.

Cálculo de la meridiana del Sol



90º = lv + av – Dec → lv = Dec +90º – av

ai☼ limbo inferior = 52º 19,3’ (al paso del Sol por el meridiano del lugar)

ao = altura observada = ai + ei = 52º 19,3’ – 1’= 52º 18,3’

aa = altura aparente = ao + Cd

Cd = corrección por depresión (para eo = 2m) = −2,6’

aa = 52º 18,3’−2,6’= 52º 15,7’

Csd+ref+par=corrección por semidiámetro+refracción+paralaje (para aa = 52º 15,7’) =
= 15,3’ −0,1’= +15,2’

av = altura verdadera = aa + Csd+ref+par = 52º 15,7’+ 15,2’= 52º 30,9’

En tablas AN para el día 15 de Set. de 2010

TU	**Dec☼**
11h	+2º 58,4’
12h	+2º 57,4’

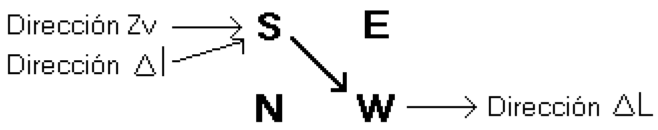
Para TU = 11h 32,55m → Dec = 2º 57,86’

lv = Dec + 90º – av = +2º 57,86’+ 90º – 52º 30,9’= 40º 26,96’N

Δl= lv– lo = 40º 26,96’N – 40º 37,2’N = –10,24’S

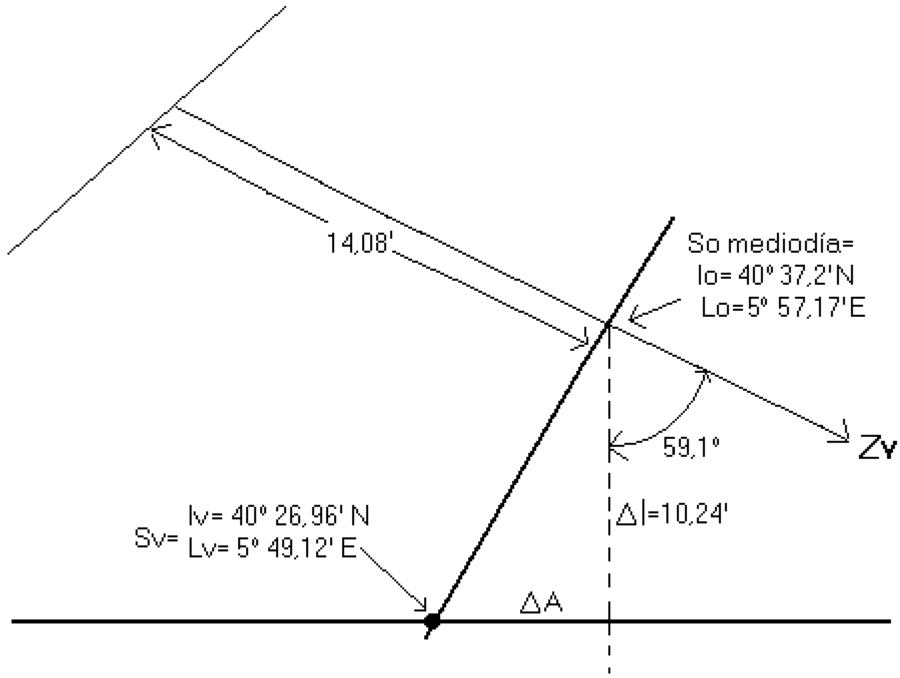
Cálculo por Pagel de la longitud

ΔL = Q x Δl = 0,7857 x 10,24 = 8,05’W



Respuesta:
Situación por Marcq y meridiana del Sol:
lv = 40º 26,96’N
Lv = 5º 57,17’E – 8,05’W = 5º 49,12’E

Comprobación coeficiente Pagel gráficamente



tang 59,1º$=\dfrac{\Delta l}{\Delta A} \rightarrow$ A = apartamento = $\dfrac{10{,}24'}{\text{tang } 59{,}1º}$ = 6,13’

$\Delta L = \dfrac{\Delta A}{\cos lo} = \dfrac{6{,}13'}{\cos 40º\ 37{,}2'}$ = 8,074’W

Q = coeficiente de Pagel = $\dfrac{\Delta L}{\Delta l} = \dfrac{8{,}074'}{10{,}24'}$ = 0,7885 que coincide bastante bien con el coeficiente de Pagel calculado por la mañana.

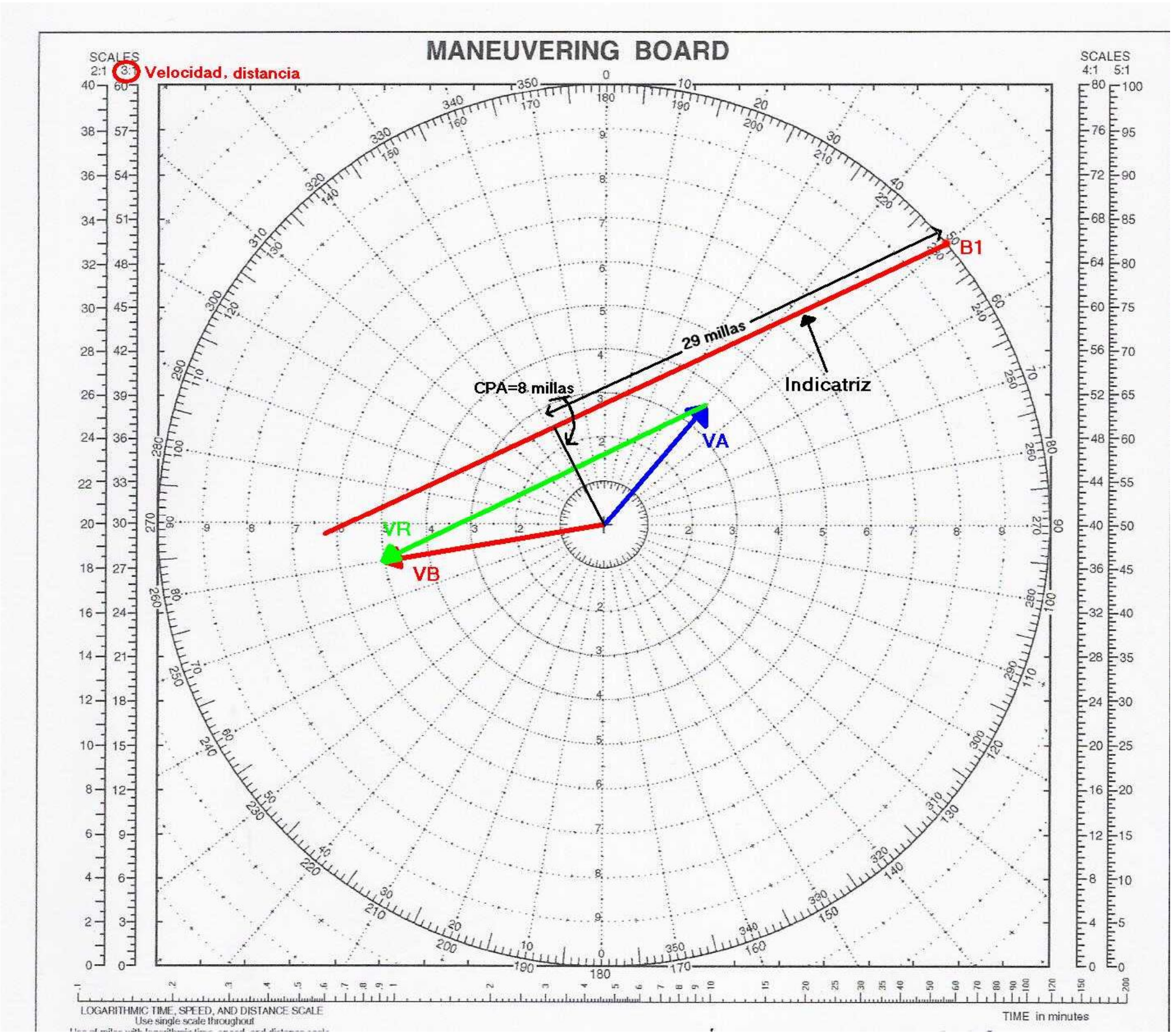
4.- Cinemática. Calcular la mínima distancia a que nos pasará el buque B, demora en la que observaremos a B al encontrarse a mínima distancia, HRB.

- Trazamos desde el centro de la rosa de maniobras los vectores de los barcos A y B, así como colocamos el punto B1 correspondiente a la posició del barco B.
- El vector que une los extremos de VA y VB será la velocidad relativa VR del barco B respecto del A. La indicatriz del movimiento de B respecto del A es una paralela a VR trazada desde el punto B1. VR ≈ 23 nudos.
- El CPA (Close Point of Approach) es la distancia mínima desde el centro de la rosa de maniobras a la indicatriz del movimiento. CPA = 8 millas, demora ≈ 332º.
- El recorrido que efectuará el barco B hasta el CPA es aproximadamente 29 millas.
- El tiempo que tardará el barco B desde B1 al CPA es pues:

$$\Delta t = \frac{29 \text{ millas}}{23 \text{ nudos}} = 1\text{h } 15{,}6\text{m}$$

HRB a CPA = 14h 20m + 1h 15,6m = 15h 35,6m

Respuestas:
CPA = 8 milla, demora CPA = 332º
HRB en CPA =15h 35,6m



5.- Situación final por Marcq de Arcturus y latitud por la estrella Polar.

Buenos días Pablo :

Ante todo te deseo para tí y los tuyos toda clase de cosas buenas para este próximo año 2010.

Estoy con en problema del asunto. Está fenomenal ya que es muy completo. En el punto nº 5, tienes que corregir el ángulo en el polo de Arcturus cuando lo pasas al triángulo pues hay un error de transcripción de 1º y, llevo un buen rato en averiguar el porqué de la diferencia de altura que tenía contigo y es eso.

Debo de estar confundida porque me sale una diferencia de alturas de - 54,7; ¿es posible?. Ana.

H

Hcro = 18:10:15
EA = 01:00:15
TU = 18h 10m 15s + 1h 0m 15s = 19h 10m 30s

ppm = parte proporcional del movimiento = $3 \text{ x } \dfrac{19\text{h } 10\text{m } 30\text{s}}{24\text{h}} \approx 2{,}4$ s

TU = 19h 10m 30s – 2,4s = 19h 10m 27,6s

ai*Arcturus = 23º 37,8’

ao = altura observada = ai + ei = 23º 37,8’ – 1’= 23º 36,8’

aa = altura aparente = ao + Cd

Cd = corrección por depresión (para eo = 2m) = −2,6’

aa = 23º 36,8’ −2,6’= 23º 34,2’

Crefr = corrección por refracción (para aa = 23º 34,2’) = −2,2’

av = altura verdadera = aa + Crefr = 23º 34,2’ − 2,2’= 23º 32’

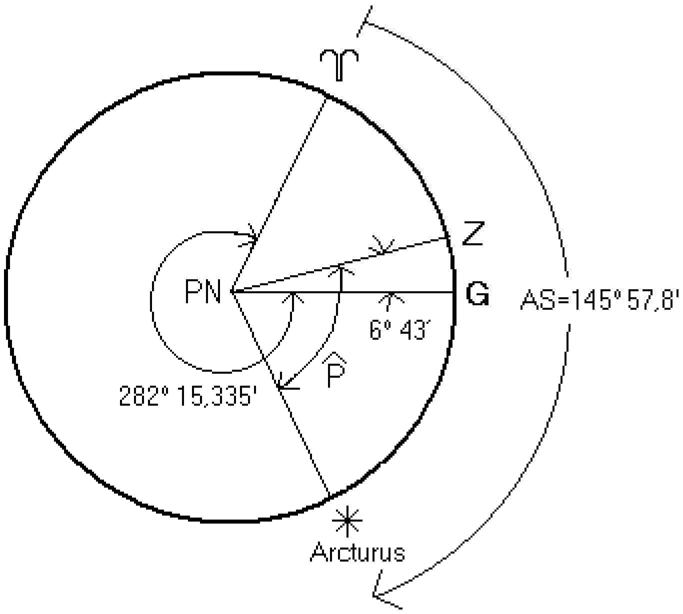
El ángulo sidéreo y la declinación en Septiembre de 2010 para Arcturus (nº 69) son:

AS Arcturus = 145º 57,8’
Dec “ = +19º 7,7’

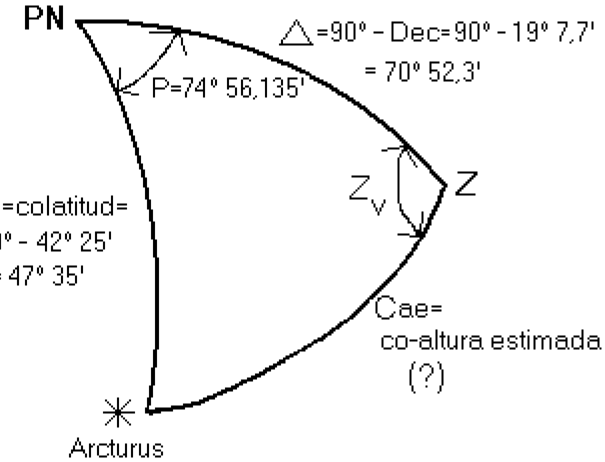
En tablas AN para el día 15 de Setiembre de 2010

TU	**hGγ**
19h	279º 38,0’
20h	294º 40,5’

Interpolando para TU = 19h 10m 27,6s
hGγ = 282º 15,335’



P = ángulo horario en el Polo = 145º 57,8’ – (360º – 282º 15,335’) + 6º 43’= 74º 56,135’



Nota: Se toma la Zv medida, no se calcula la del triángulo esférico

Resolviendo el triángulo esférico de posición de la figura anterior:

C_{ae} = 66,2772º → a_e = 90º – 66,2772º = 23º 43,37’

$\Delta a = a_v - a_e$ = 23º 32’ – 23º 43,37’= −11,37’

Determinante estrella Arcturus:

Z_v = 306º

Δa = −11,37’

Cálculo a_v de la Polar

a_i* Polar = 42º 20,9’

a_o = altura observada = $a_i + e_i$ = 42º 20,9’– 1’= 42º 19,9’

a_a = altura aparente = a_o + Cd

Cd = corrección por depresión (para eo = 2m) = −2,6’

aa = 42º 19,9’−2,6’ = 42º 17,3’

Crefrac=corrección por refraccióne (para aa = 42º 17,3’) = −1,1’

av = altura verdadera = aa + Crefrac = 42º 17,3’−1,1’= 42º 16,2’

Determinación de hLγ
Del círculo horario dibujado anteriormente:
hLγ = 282º 15,335’ + 6º 43’= 288º 58,335’

Determinación de la latitud por la Polar
En tablas AN de determinación de la latitud por la observación de la altura de la Polar:

lv = latitud verdadera = av + Correc.1+ Correc.2 + Correc.3

Correc.1 (hLγ = 288º 58,335’) = +15,6’

Correc.2 (hLγ = 288º 58,335’, av = 42º) = +0,2’

Correc.3 (hLγ = 288º 58,335’, Septiembre) = +0,3’

lv = 42º 16,2’ + 15,6’+ 0,2’+ 0,3’ = 42º 32,3’N

Traslado del punto determinante
Zv = 306º = N54ºW

D = Δa = −11,37’

R = 306º –180º = 126º = S54ºE

le = 42º 25’N
Le = 6º 43’E

		Δl		A	
R	**D**	**N**	**S**	**E**	**W**
S54ºE	11,37’	—	6,68’	9,2’	—
			6,68’	9,2’	

lo = latitud observada = le – Δl = 42º 25’N – 6,68’S = 42º 18,32’N

$$lm = lo - \frac{\Delta l}{2} = 42º\ 18{,}32'N - 3{,}34'S \approx 42º\ 15'N$$

$$\Delta L = \frac{A}{\cos lm} = \frac{9{,}2'}{\cos 42º\ 15'} = 12{,}43'E$$

Lo = longitud observada = Le + ΔL = 6º 43’E + 12,43’E = 6º 55,43’E

Cálculo coeficiente Pagel y de Lv
Δl = lv – lo = 42º 32,3’ – 42º 18,32’N ≈ 14’N

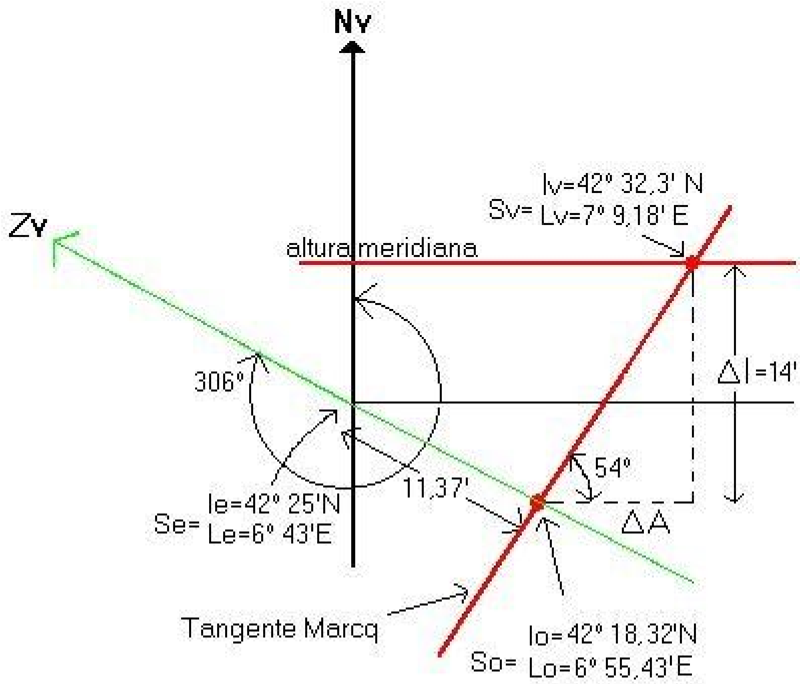
$$\tan 54º = \frac{\Delta l}{\Delta A} \rightarrow \Delta A = \frac{\Delta l}{\tan 54º} = \Delta L \times \cos lo$$

$$\Delta L = \frac{\Delta l}{(\text{tang } 54^\circ \times \cos 42^\circ\ 18{,}32')}$$

$$Q = \text{coeficiente Pagel} = \frac{\Delta L}{\Delta l} = \frac{1}{(\text{tang } 54^\circ \times \cos 42^\circ\ 18{,}32')} = 0{,}9824$$

$\Delta L = Q \times \Delta l = 0{,}9824 \times 14' = 13{,}75'E$

$Lv = Lo + \Delta L = 6^\circ\ 55{,}43'E + 13{,}75'E = 7^\circ\ 9{,}18'E$



Respuesta:
lv = 42º 32,3'N
Lv = 7º 9,18'E