Examen de Capitán de Yate, Cálculos de Navegación, Vigo 26 Mayo 2009
Autor: Pablo González de Villaumbrosia Garcia. 03.12.2009

El día 26 de Mayo de 2009 en el momento de la salida del Sol, un buque que se encuentra en las proximidades de Cape Sorell (Tasmania) en situación estimada: le = 42º 00'S y Le = 144º 29'E, decide navegar por ortodrómica con una velocidad Vb = 12 nudos, hacia un punto "P" en las proximidades de la Isla de Reunión cuya posición es lp = 21º 28'S y Lp = 55º 48'E, teniendo en cuenta que navegará afectado de una corriente de Rc = 270º e Ic = 2 nudos y un viento del Noroeste (NW) que produce 6º de abatimiento.

Navega en estas condiciones y más tarde, al ser HcG = 00-00-00, observa ai del Sol limbo inferior = 18º 34,6'.

Continúa navegando en las mismas condiciones y al mediodía verdadero observa de nuevo ai del Sol limbo inferior = 26º 21,7'.

Horas más tarde, después de la puesta del sol, estando en situación estimada:
le = 42º 42,3'S y Le = 141º 28,2'E, durante el crepúsculo vespertino y siendo HcG = 07-56-20, observa simultáneamente los siguientes astros:

ai de Saturno = 35º 33,7'
ai de un * ? = 33º 38,4' y Zv del * ? = 156º

Al día siguiente, sin viento ni corriente, se cierra de niebla y navega al Rv = 265º con Vb = 12 nudos y de un blanco "B" se obtine con el radar la siguiente información:

Al ser HRB = 03-30 Marcación de "B" = 50º Er. d=14 millas
Al ser HRB = 03-36 Marcación de "B" = 50º Er. d=13 millas
Al ser HRB = 03-42 Marcación de "B" = 50º Er. d=12 millas

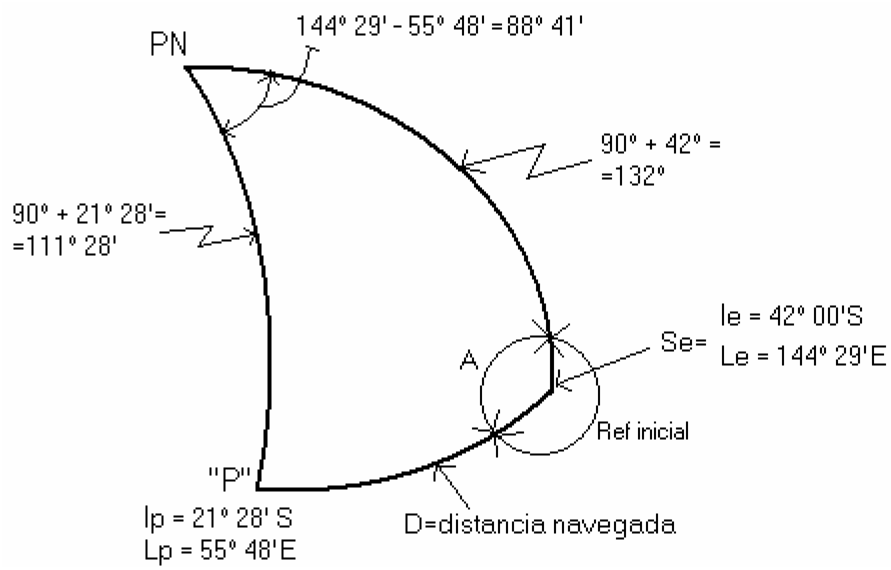
Al ser HRB = 03-54 y para evitar el abordaje, gobierna cayendo a estribor para pasar a 5 millas de "B".
Al tener la seguridad de no pasar a menos de 3 millas del buque "B" vuelve a su rumbo anterior.
Al estar "B" a 10 millas, da rumbo para ir a su encuentro en el menor tiempo posible.

La elevación del observador = 5 metros. El error de índice = –1,5'

Se pide:
1.- Ri hacia el punto "P" y distancia ortodrómica
2.- Situación al mediodía verdadero
3.- Situación observada por los astros
4.- Rumbo y velocidad del buque "B"
5.- Rumbo de maniobra para pasar a 5 millas de "B" y Hrb de vuelta al rumbo anterior
6.- Rumbo al encuentro del buque "B" y Hrb de llegada a su costado

Resolución:

1.- Ri hacia el punto "P" y distancia ortodrómica



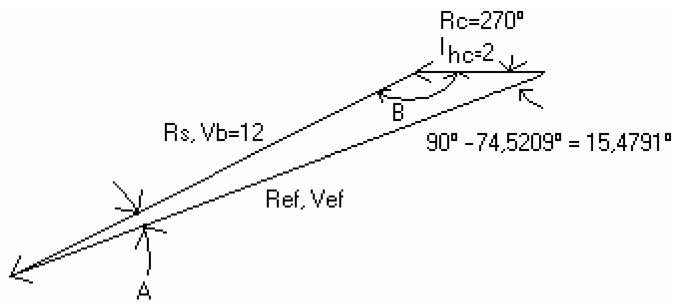
Del triángulo esférico de la figura:

cotg 111º 28' x sen 132º = cos 132º x cos 88º 41' + sen 88º 41' x cotg A
A = 105,4791º → Ref inicial = rumbo eficaz inicial = 360º – A = 360º – 105,4791º = 254,5209º = S74,5209º W

cos D = cos 111º 28' x cos 132º + sen 111º 28' x sen 132º x cos 88º 41'

D = distancia navegada = 74,8844º = 4493' = 4493 millas

La composición vectorial del triángulo de velocidades queda así:



Rs = Rumbo superficie
Vb = velocidad del barco = 12 nudos
Rc = rumbo corriente = 254,5209º
Ihc = intensidad horaria corriente = 2 nudos
Ref = rumbo eficaz inicial = S74,5209ºW
Vef = velocidad eficaz

Aplicamos las fórmulas del triángulo

$$\frac{12}{\text{sen } 15{,}4791^\circ} = \frac{2}{\text{sen A}} \rightarrow A = 2{,}5494^\circ$$

La suma de los ángulos de un triángulo es 180º
A + B + 15,4791º = 180º → B = 161,9715º

Rs = rumbo superficie inicial =B – 90º=161,9715º – 90º = S 71,9715º W
Ri = rumbo barco inicial = Rs + Abatimiento = S 71,9715º W + 6º = S 77,97º W

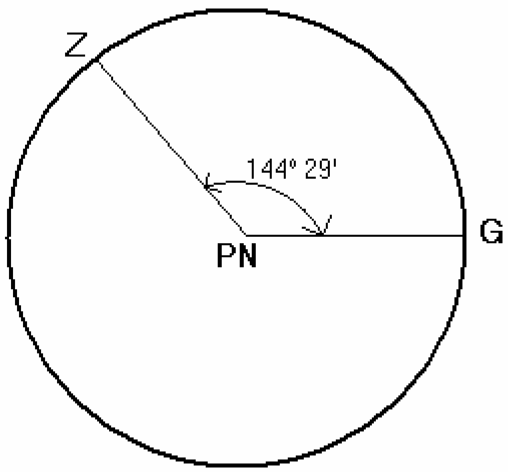
$$\frac{\text{Vef}}{\text{sen B}} = \frac{12}{\text{sen } 15{,}4791^\circ} \rightarrow \text{Vef} = 13{,}92 \text{ nudos}$$

Resultado:
- Ri = rumbo inicial = S 77,97º W
- D = distancia navegada = 4493 millas

2.- Situación al mediodía verdadero

En tablas AN:
- Salida Sol día 25 Mayo de 2009 → HcL = 7h 13 m
- Salida Sol día 27 Mayo de 2009 → HcL = 7h 15 m

Promediando para el día 26 de Mayo de 2009 → HcL salida Sol = 7h 14m



HcG salida Sol = 7h 14m $-\frac{144^\circ 29'}{15^\circ}$ = – 2,3989h = 21,6011h día 25 Mayo 2009
Δt=intervalo de tiempo navegado hasta HcG=00-00-00 = 24h – 21,6011h = 2,3989 horas
D1= distancia navegada hasta HcG=00-00-00 = Vef x Δt = 13,92 x 2,3989 = 33,39 millas

1ª forma: aproximación a derrota loxodrómica
Puesto que es una distancia pequeña, aunque la derrota del barco es ortodrómica, podemos considerar que podemos utilizar una loxodrómica (rumbo constante), ya que en ese pequeño intervalo el rumbo se habrá mantenido aproximadamente constante.

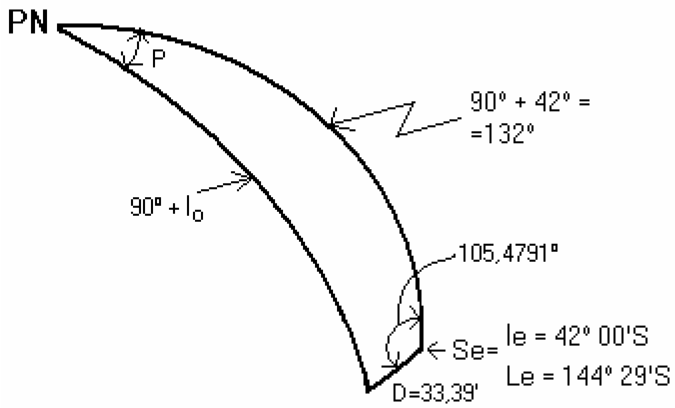
Δl=33,39’ x sen 15,4791º = 8,91’
A=33,39’ x cos 15,4791º = 32,18’

$lm\text{=latitud media= } 42º\ 00' + \dfrac{\Delta l}{2} = 42º\ 4{,}45’$

$\Delta L = \dfrac{A}{\cos lm} = \dfrac{32{,}18'}{\cos 42º\ 4{,}45’} = 43{,}35’\ W$

Posición a HcG=00-00-00
lo = 42º 00’ S + 8,91’ S = 42º 8,91’S
Lo=144º 29’ E − 43,35’ W=143º 45,65’E

2ª forma: derrota ortodrómica



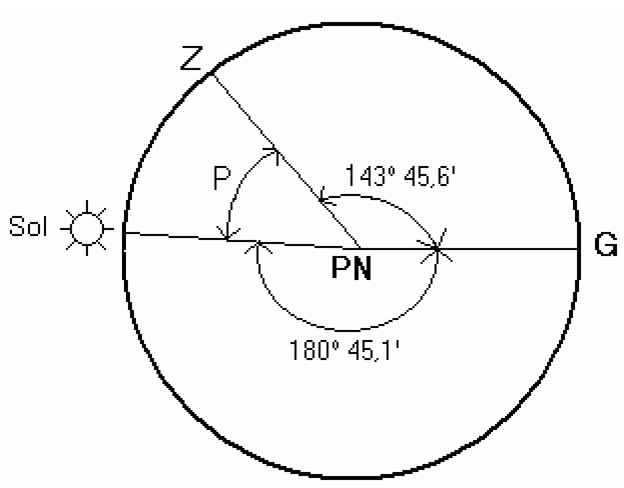
En el triángulo esférico de la figura:

cotg 0º 33,39’ x sen 132º = cos 132º x cos 105,4791º + sen 105,4791º x cotg P → P=0,7233º
cos (90º + lo) = cos 0º 33,39’ x cos 132º + sen 0º 33,39’ x sen 132º x cos 105,4791º
90º + lo = 132,1463º → lo = 42º 8,77’ S
Lo = 144º 29’ E − 0,7233º W = 143º 45,6’E

Como vemos es un resultado muy parecido al de la derrota loxodrómica. Tomaremos como resultado el de la derrota ortodrómica.

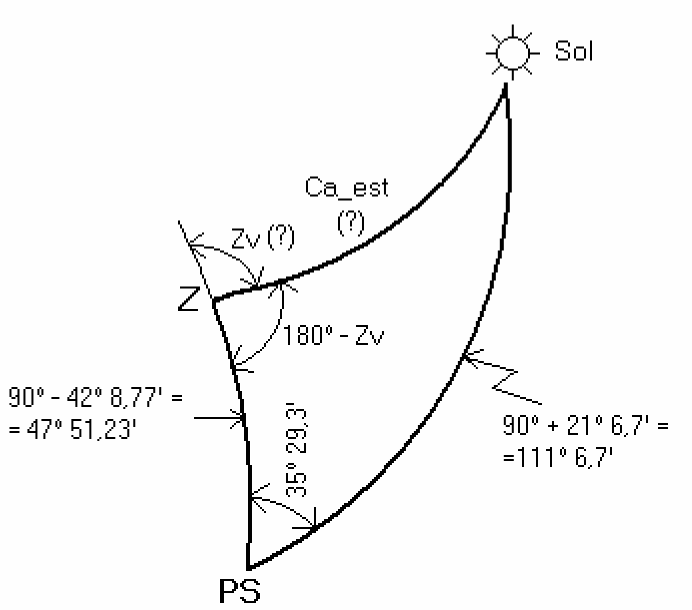
En tablas AN para TU=00-00-00 del día 26 de Mayo de 2009, para el Sol:

TU	hG☼	Dec
0h	180º 45,1’	+21º 6,7’



P = 360º − 143º 45,6’ − 180º 45,1’ → P= 35º 29,3’

El triángulo esférico de posición a HcG=00-00-00 queda así:



cotg 111º 6,7’ x sen 47º 51,23’ =
= cos 47º 51,23’ x cos 35º 29,3’ + sen 35º 29,3’ x cotg (180º − Zv)

180º − Zv = 145,11º → Zv = azimut Sol = 34,89º

cos Ca_est = cos 47º 51,23’ x cos 111º 6,7’ + sen 47º 51,23’ x sen 111º 6,7’ x cos 35º 29,3’
Ca_est = co-altura estimada = 71,2471º → aest = altura estimada = 90º − 71,2471º = 18º 45,17’

El coeficiente de Pagel Q nos será útil posteriormente.

$$\text{Q=coeficiente de Pagel} = \frac{1}{\text{tang } \Delta \text{ x sen P}} - \frac{\text{cotg Cl}}{\text{tang P}} =$$

$$= \frac{1}{\text{tang } 111^{\circ}\ 6{,}7' \text{ x sen } 35^{\circ}\ 29{,}3'} - \frac{\text{cotg } 47^{\circ}\ 51{,}23'}{\text{tang } 35^{\circ}\ 29{,}3'} = 1{,}9344 \text{ (se desprecia el signo)}$$

Medición altura verdadera del Sol

ai☼ limbo inferior = 18º 34,6’

ao = altura observada = ai + Ei = 18º 34,6’– 1,5’ = 18º 33,1’

aa = altura aparente = ao+Cd

Cd=corrección por depresión (para eo = 5 mts) = −4’

aa = 18º 33,1’−4’ = 18º 29,1’

Csd+refrac.+par. = corrección semi-diámetro-refracción-paralaje = +13,3’ −0,2’ = +13,1’

av = altura verdadera = aa + Csd+refrac.+par. = 18º 29,1’+ 13,1’ = 18º 42,2’

Determinante del Sol a HcG=00-00-00

Zv = 34,89º

Δa = av − aest = 18º 42,2’ −18º 45,17’ = −2,97’

Cálculo tiempo exacto navegado y distancia navegada hasta mediodía verdadero (paso Sol por meridiano superior del barco)

Por simplificación del cálculo, vamos a suponer que la derrota seguida por el barco es loxodrómica, ya que el barco no hará un gran recorrido hasta que pase el Sol por su meridiano superior, y suponemos que el rumbo es constante e igual al rumbo eficaz inicial.

he = P = ángulo en el polo entre el barco y el Sol = 35º 29,3’

Δt = intervalo de tiempo navegado entre HcG=00-00-00 y el mediodía verdadero=

$$= \frac{he}{15^\circ + \dfrac{Vef \times sen\ Ref}{60 \times \cos lm}} = \frac{35^\circ 29{,}3'}{15^\circ + \dfrac{13{,}92 \times sen\ (254{,}5209^\circ)}{60 \times \cos 42^\circ}} = 2{,}4143 \text{ horas}$$

D2 = distancia navegada desde HcG = 00-00-00 hasta mediodía verdadero = Vef x Δt =
= 13,92 x 2,4143 = 33,61 millas

Traslado del punto determinante

Zv= N 34,89º E

Δa= −2,97’

Ref = S 74,5209 ºW

D = distancia navegada = 33,61 millas

le = latitud estimada a HcG 00-00-00 = 42º 8,77’ S

Le = longitud estimada a HcG 00-00-00 = 143º 45,6’E

		Δl		**A**	
R	**D**	**N**	**S**	**E**	**W**
S 74,5209º W	33,61	—	8,97’	—	32,39’
N 34,89º E	−2,97	—	2,44’	—	1,7’
			11,41		34,09

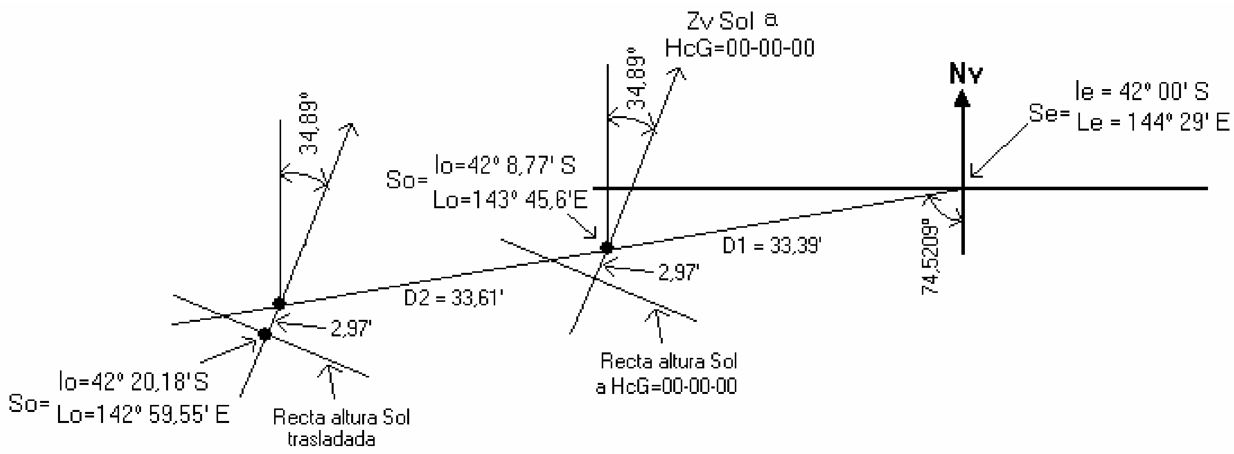
Δl = 11,41’S

A = 34,09’W

$\text{l}m$=latitud media = 42º 8,77’ S + $\dfrac{\Delta l}{2}$ = 42º 14,475’S

$\Delta L = \dfrac{A}{\cos lm} = \dfrac{34{,}09'}{\cos 42^\circ\, 14{,}475'}$ = 46,05’W

lo=latitud observada al mediodía = 42º 8,77’ S + 11,41’S = 42º 20,18’S
Lo=longitud observada al mediodía = 143º 45,6’E − 46,05’W = 142º 59,55’E



La gráfica anterior refleja la navegación efectuada hasta el mediodía verdadero

Cálculo altura verdadera del Sol al mediodía

ai☼ limbo inferior = 26º 21,7’

ao = altura observada = ai + Ei = 26º 21,7’– 1,5’ = 26º 20,2

aa = altura aparente = ao + Cd

Cd = Corrección por depresión (para eo=5 mts)= – 4’

aa = 26º 20,2 − 4’ = 26º 16,2’

Csd+refr+par=corrección por semidiámetro-refracción y paralaje= +14,2’ − 0,2’ = +14’

av = altura verdadera = aa + Csd+refr+par = 26º 16,2’ + 14’= 26º 30,2’

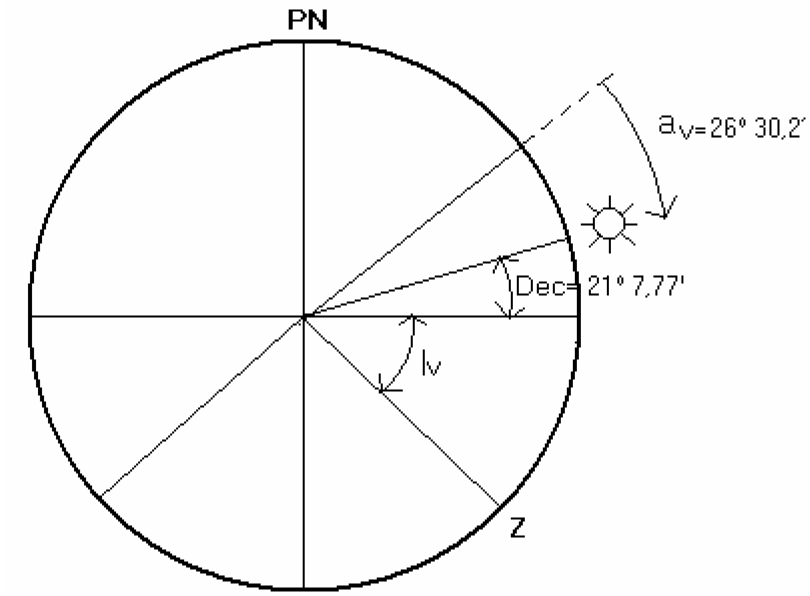
Cálculo latitud verdadera al mediodía

TU al mediodía = 0h 0m 0s + Δt, en donde
Δt =intervalo de tiempo navegado entre HcG=00-00-00 y el mediodía verdadero = 2,4143 horas
TU=2,4143h = 2h 24,858m

En tablas AN para el Sol a TU = 2h 24,858m del día 26 de Mayo de 2009

TU	Dec
2h	+21º 7,6’
3h	+21º 8,0’

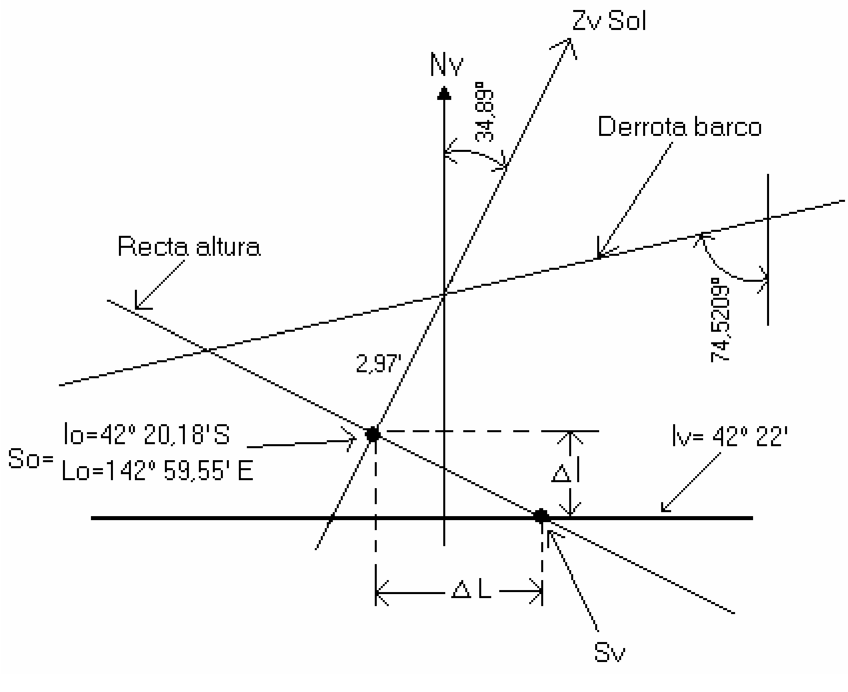
Para TU = 2h 24,858m → Dec= +21º 7,77’



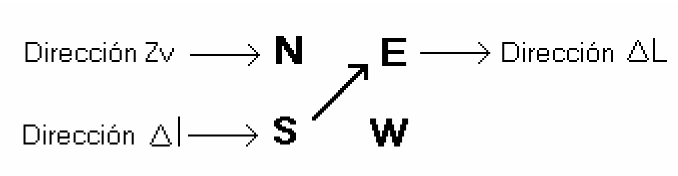
De la figura anterior se desprende:
lv = latitud verdadera al mediodía = 90º − 26º 30,2’ − 21º 7,77’ = 42º 22’ S

La figura de abajo refleja la situación verdadera Sv a partir de la situación observada So hallada anteriormente. El valor del ΔL se puede hacer gráficamente, trigonométricamente o bien por medio del coeficiente de Pagel hallado anteriormente.

ΔL = Q x Δl = 1,9344 x (42º 22’ – 42º 20,18’) = 1,9344 x 1,82’ = 3,52’



En la figura anterior se ve fácilmente que el signo de ΔL es hacia el E, pero también se puede ver por medio de la regla nemotécnica de Pagel:



Por lo tanto, la situación verdadera al mediodía verdadero es:

Resultado:
lv = 42º 22’S
Lv = 142º 59,55’E + 3,52’E = 143º 3’E

3.- Situación observada por los astros

Medición altura verdadera de Saturno

ai● = 35º 33,7’
ao = altura observada = ai + Ei = 35º 33,7’– 1,5’ = 35º 32,2’
aa = altura aparente = ao+Cd
Cd=corrección por depresión (para eo = 5 mts) = −4’
aa = 35º 32,2’−4’ = 35º 28,2’
Crefrac. = corrección por refracción = −1,3’
av = altura verdadera = aa + Crefrac. = 35º 28,2’−1,3’= 35º 26,9’

Cálculo determinante de Saturno
En tablas AN para el 26 de Mayo de 2009

Saturno

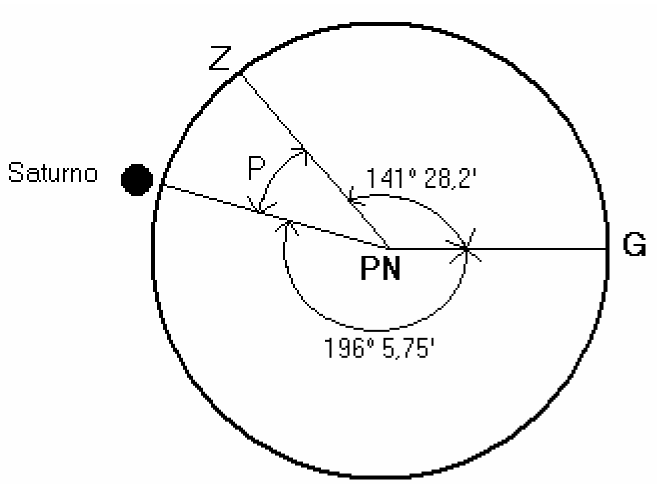
TU	hG●	Dec
7h	181º 58,5’	+7º 53,6’
8h	197º 0,9’	+7º 53,6’

Aries

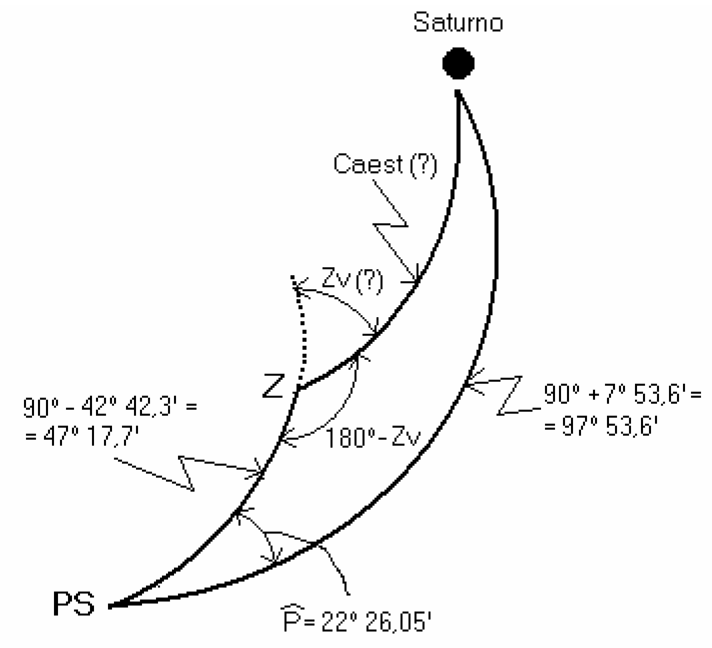
TU	hGγ
7h	348º 59,2’
8h	4º 1,6’

Interpolando para HcG = TU = 07-56-20 = 7h 56,33m

hG● = 196º 5,75’ ; Dec = +7º 53,6’
hGγ = 3º 6,4’



De la figura anterior sale:
P = ángulo horario en el Polo = 360º − 141º 28,2’ − 196º 5,75’ = 22º 26,05’



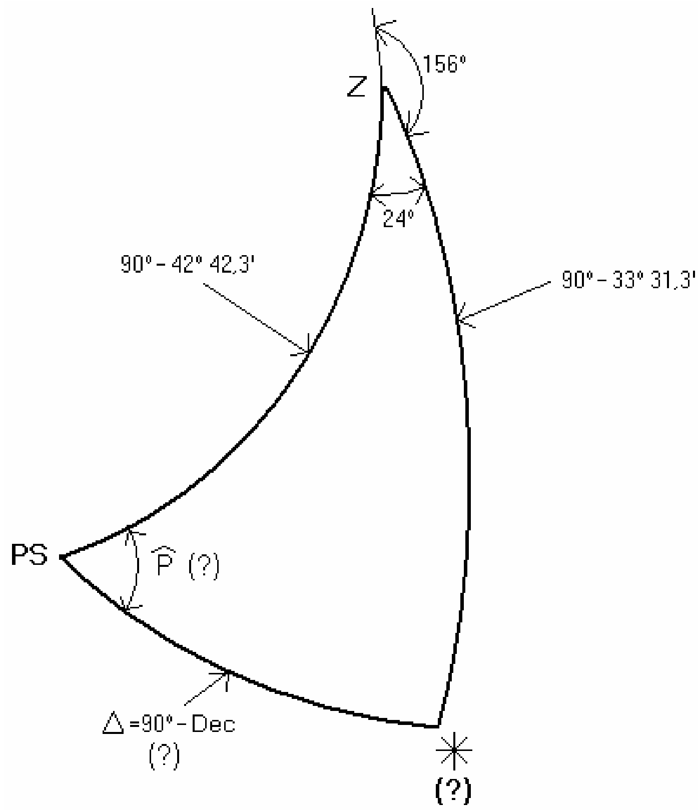
Del triángulo esférico de posición de la figura anterior sale:

Zv = azimut verdadero de Saturno = N27,64ºE
Ca_est = co-altura estimada = 54,573º → aest = 90º − 54,573º = 35º 25,62’

Determinante Saturno:
Zv = N27,64ºE
Δa = av − aest = 35º 26,9’−35º 25,62’= +1,28’

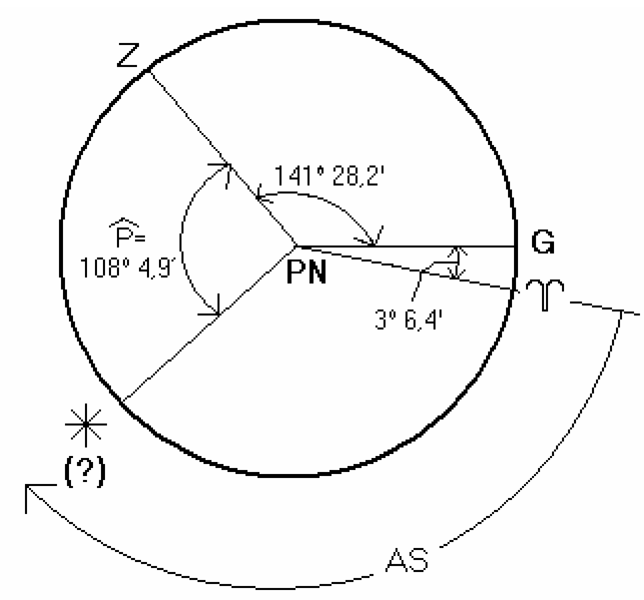
Medición altura astro desconocido
ai*? = 33º 38,4’
ao = altura observada = ai + Ei = 33º 38,4’– 1,5’ = 33º 36,9’
aa = altura aparente = ao + Cd
Cd=corrección por depresión (para eo = 5 mts) = −4’

a_a = 33º 36,9’− 4’ = 33º 32,9’
$C_{refrac.}$ = corrección por refracción = −1,6’
a_v = altura verdadera = a_a + $C_{refrac.}$ = 33º 32,9’−1,6’= 33º 31,3’



Del triángulo esférico de posición, aplicando las conocidad fórmulas de la cotangente y el coseno, vistas anteriormente, sale:

P = ángulo horario en el Polo del astro desconocido = 108º 4,9’
Δ = co-declinación = 90º − Dec = 20,9º → Dec = declinación del astro = −69º 6,13’ (el signo menos indica que el astro está en el hemisferio Sur).

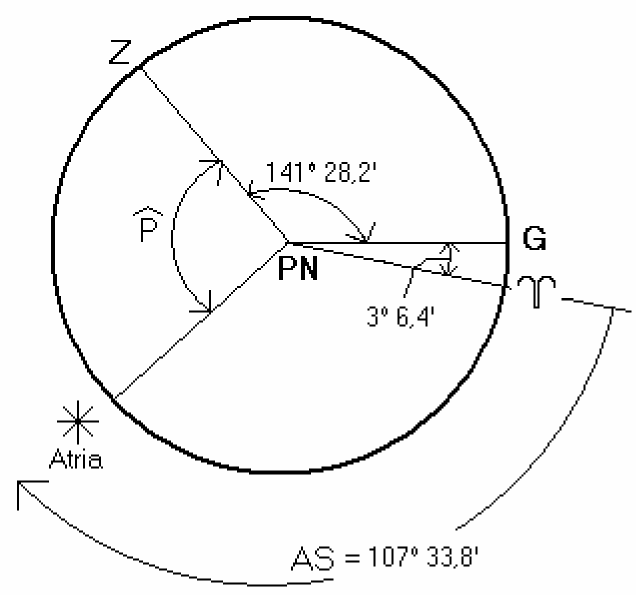


AS = ángulo sidéreo * ? = 360º − 141º 28,2’ − 108º 4,9’ − 3º 6,4’ = 107º 20,5’
Con los datos de:
AS = 107º 20,5’
Dec = −69º 6,13’

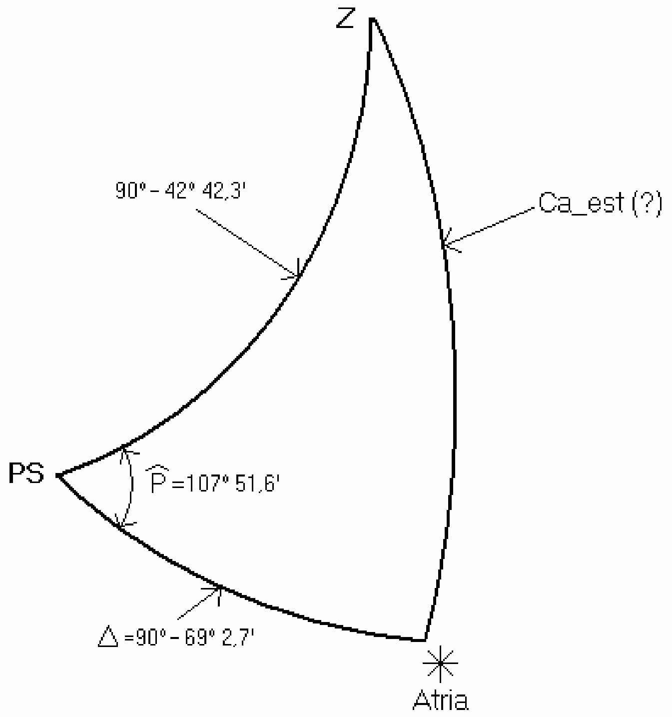
En el AN aparece la estrella nº 77 Atria

Cálculo determinante estrella Atria
En el AN, el AS y Dec de Atria son los siguientes:

AS = 107º 33,8’
Dec = −69º 2,7’



P = ángulo en el Polo estrella Atria = 360º − 141º 28,2’ − 107º 33,8’ − 3º 6,4’ = 107º 51,6’



Del triángulo esférico de posición, aplicando la fórmula del coseno:

cos Ca_est = cos (90º − 42º 42,3’) x cos (90º − 69º 2,7’) +
+ sen (90º − 42º 42,3’) x sen (90º − 69º 2,7’) x cos 107º 51,6’

Ca_est = co-altura estimada estrella Atria = 56,44º → aest = 90º − 56,44º = 33º 33,42’

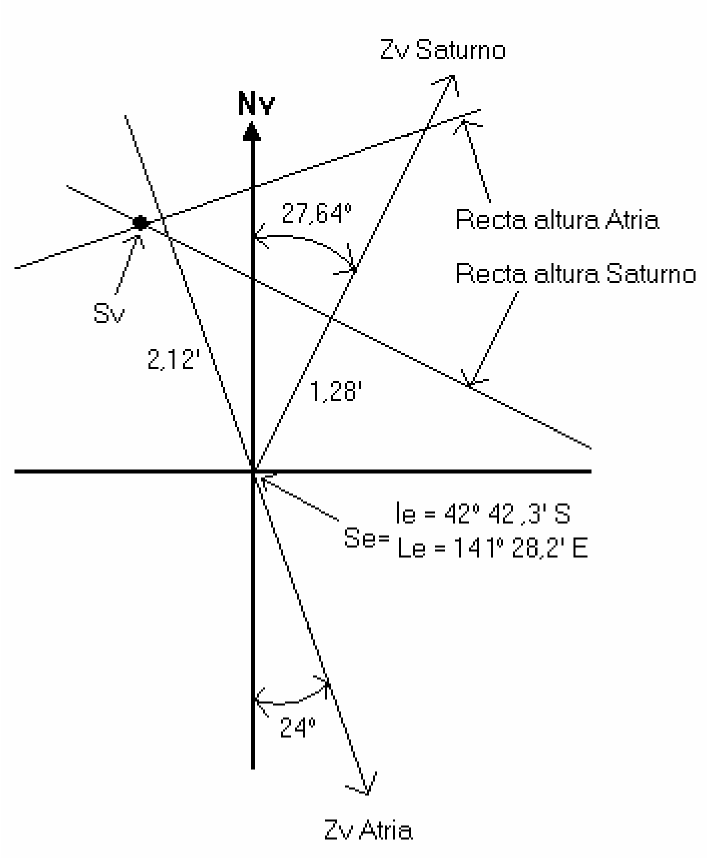
Determinante estrella Atria:

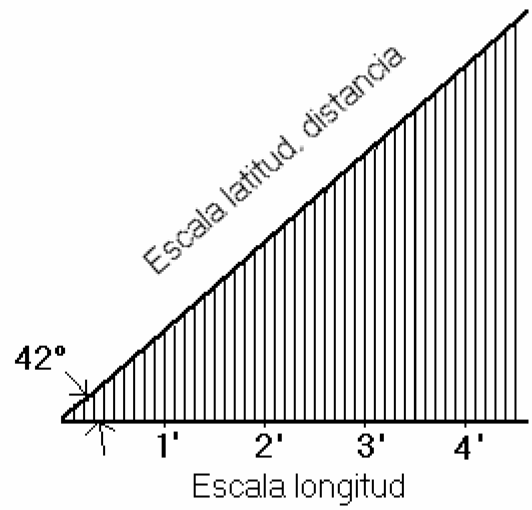
Zv = 156º

Δa = av − aest = 33º 31,3’−33º 33,42’= −2,12’

Situación verdadera:

La situación verdadera estará en el cruce de las dos rectas de altura de Saturno y Atria, según indica la figura.





Resolviendo gráficamente el problema sale:

Resultado:

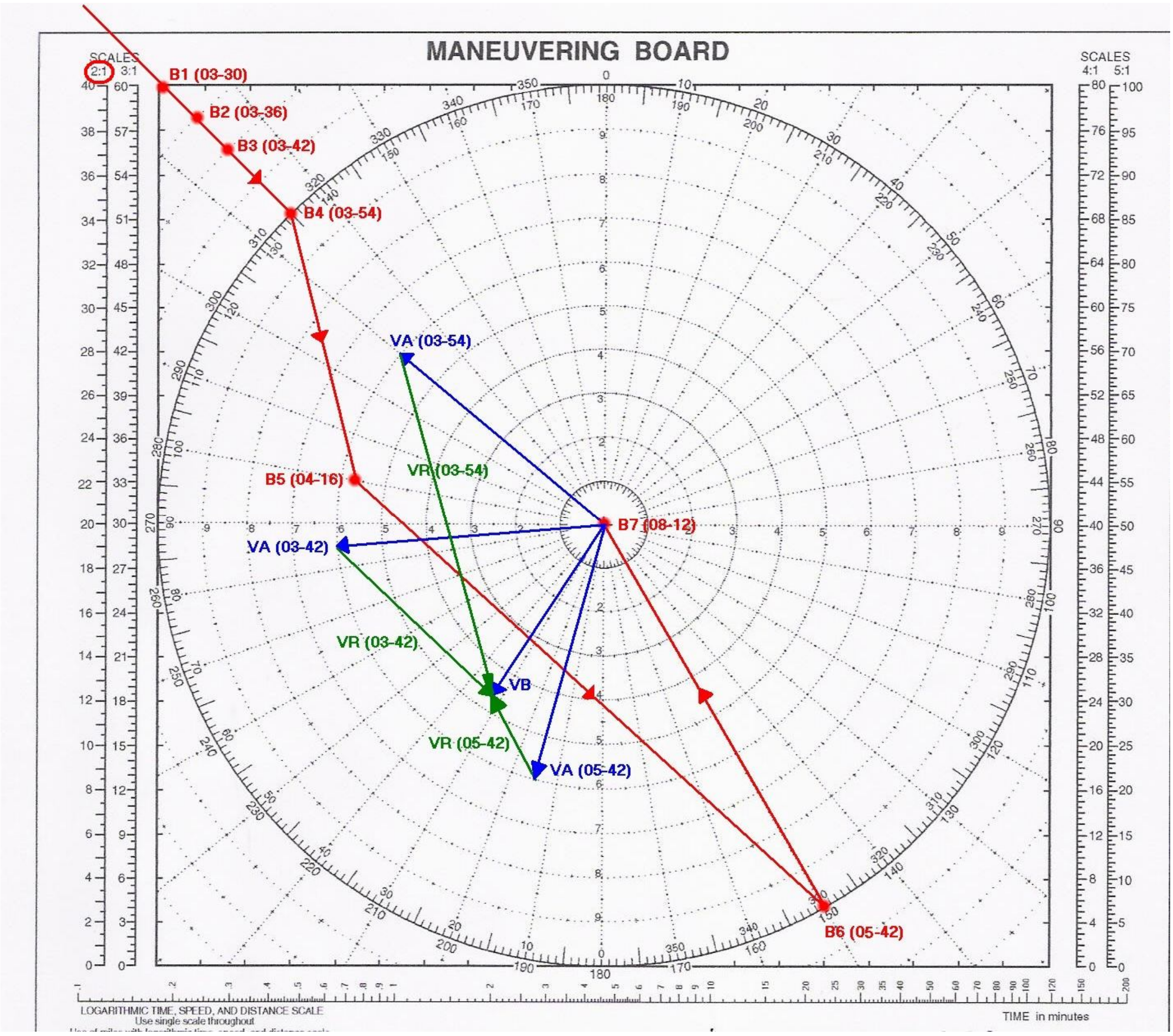
- lv = 42º 42,3'S − 1,9'N = 42º 40,4'S
- Lv = 141º 28,2'E − 1,2'W = 141º 27'E

4.- Rumbo y velocidad del buque "B"

- Trazar indicatriz del movimiento del buque "B" respecto del buque "A".
  B1-B2-B3-B4 en la figura es dicha indicatriz.
- Trazar vector de velocidad VA (longitud vector =12 nudos en dirección 265º).
- Le velocidad relativa de "B" respecto de "A" es 10 nudos. Desde el extremo del vector VA trazar el vector VR=10 y dirección paralelo a la indicatriz B1-B2-B3-B4. Desde el centro de la rosa de maniobras hasta el extremo de VR tendremos el vector VB del buque "B" .

Resultado:

- RB = 211º
- VB = 9,7 nudos



5.- Rumbo de maniobra para pasar a 5 millas de “B” y Hrb de vuelta al rumbo anterior

- Desde B4 trazar una recta tangente al cículo de 5 millas. Esta será la nueva indicatriz del movimiento.
- Desde el extremo del vector VB trazar una recta paralela a la indicatriz B4-B5. El punto de corte de dicha recta con el círculo de velocidad VA define el nuevo vector VA a Hrb=03-54. **Resultado**: RA=310º (la velocidad de “A” no cambia, por eso el vector VA está siempre en un círculo de radio constante).
- Trazar una recta tangente al cículo de 3 millas y que sea paralela a la indicatriz B1-B2-B3-B4. Dicha recta cortará a la que hemos trazado tangente al círculo de 5 millas en el punto B5. En B5 es donde el buque “A” vuelve a su rumbo anterior.

  En la rosa de maniobras de mide la distancia B4-B5=6 millas. La velocidad relativa VR a Hrb=03-54 que se mide es 16,4 nudos; por lo tanto, el tiempo en navegar “B” de B4 a B5 es:

$$\Delta t = \frac{6 \text{ millas}}{16{,}4 \text{ nudos}} = 22 \text{ minutos}$$

  Hrb llegada al punto B5 = 3h 54m + 22 m = 4h 16m

Resultado:
- RA = 310º,
- Hrb = 04-16

6.- Rumbo al encuentro del buque “B” y Hrb de llegada a su costado

- Desde B5 se traza la indicatriz de movimiento, que obviamente es paralela a la B1-B2-B3-B4. El punto de corte con el círculo de 10 millas define el punto B6 de 10 millas de separación entre ambos barcos.

  En la rosa de maniobras se mide distancia B5-B6=14,3 millas

$$\Delta t = \text{tiempo en navegar B5-B6} = \frac{14{,}3 \text{ millas}}{10 \text{ nudos}} = 1\text{h } 26\text{m}$$

  Hrb llegada a B6= 4h 16m + 1h 26m = 5h 42m

- Desde el centro de la rosa de maniobras (punto B7) se traza una recta hasta B6. Esta será la nueva indicatriz del movimiento del barco “A” iendo al encuentro del “B”.
  Desde el extremo del vector VB se traza una recta paralela a la indicatriz anterior. El punto de corte con el círculo de velocidad VA define el nuevo rumbo de “A” y la nueva velocidad relativa.

  En la rosa de maniobras se mide:
  RA = 195º
  VR (07-10) = 4 nudos; distancia B6-B7 = 10 millas.

$$\Delta t = \text{tiempo en navegar B6-B7} = \frac{10 \text{ millas}}{4 \text{ nudos}} = 2\text{h } 30\text{m}$$

Hrb encuentro = 5h 42m + 2h 30m = 8h 12m

Resultado:

- RA = 195º
- Hrb encuentro = 08-12