Examen de Capitán de Yate, Madrid 13 Abril 2008, 1ª día de cálculos
Autor: Pablo González de Villaumbrosia Garcia. 10.6.2008. Revisado 06.01.2010

El día 21 de Marzo de 2008, al ser Hora del crepúsculo civil matutino, estando en situación estimada l=25ºN y L=40ºW, tomamos altura instrumental de un astro desconocido =43º 28,8' y azimut verdadero del astro=N87W. Corregimos la estima y navegamos al rumbo verdadero 255º con velocidad de 12 nudos hasta la hora de paso del sol por el meridiano superior en que observamos altura instrumental del sol limbo inferior=65º 35,7'.

Después de navegar a distintos rumbos y velocidades al ser el crepúsculo náutico vespertino, observamos simultáneamente altura instrumental estrella Polar=24º 29,3', azimut aguja de la polar=353,3º y demora de aguja del Faro "FUNCHAL" 190º.
Situación del Faro Funchal l: 24º 00'N y L:43º 00'W.

Posteriormente navegamos por ortodrómica entre los siguientes puntos. Salida l: 24º 06'N y L: 42º 58'W. Llegada l: 24º 06' N y L: 132º 58' W.

Elevación del observador=10 metros, Error de índice sextante=1'+

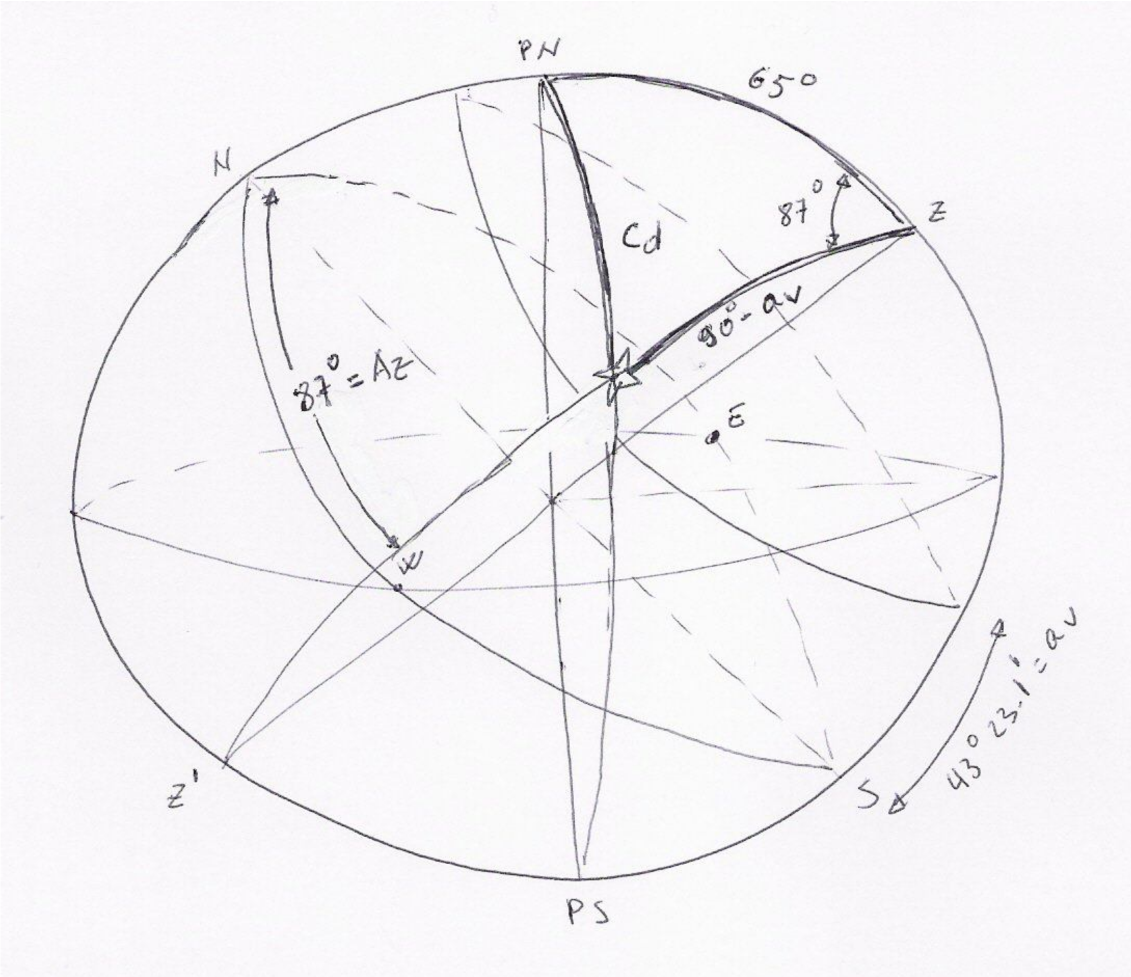
Se pide:
1º. Situación a mediodía, con reconocimiento de astro, hora legal y fecha.
2º. Situación por polar y Faro.
3º Rumbo y distancia ortodrómica.

PRIMERA PREGUNTA

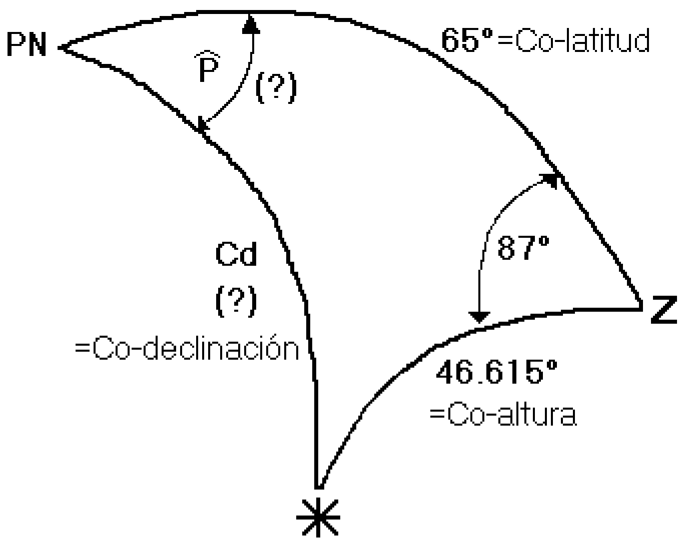
Reconocimiento del astro

Z=azimut=N87W

ai=altura instrumental=43º 28,8'
Ei=error de índice del sextante=1'
ao=altura observada= ai +Ei=43º 28,8'+1'=43º 29,8'
Cd=Corrección por depresión (para altura 10 m)= −5,6'
aa=altura aparente= ao +Cd=43º 29,8' − 5,6'=43º 24,2'
Cr=Corrección por refracción (para aa =43º 24,2')= −1,1'
av= aa +Cr=43º 24,2'-1,1'=43º 23,1'
av **=altura verdadera del astro=43º 23,1'**



Triángulo esférico de posición:



Del triángulo de posición sale:
cotg 46,615º x sen 65º = cos 65º x cos 87º + sen 87º x cotg P
P = angulo horario en el polo = 50,1168º
cos Cd =cos 46,615º x cos 65º + sen 46,615º x sen 65º x cos 87º

Cd=co-declinación=71,04853º

Dec=declinación=90º − 71,05º=18,95º=18º 57’N
P=horario del astro=50,1168º=50º 7’

Almanaque náutico

HcL crepúsculo civil matutino=5h 40m

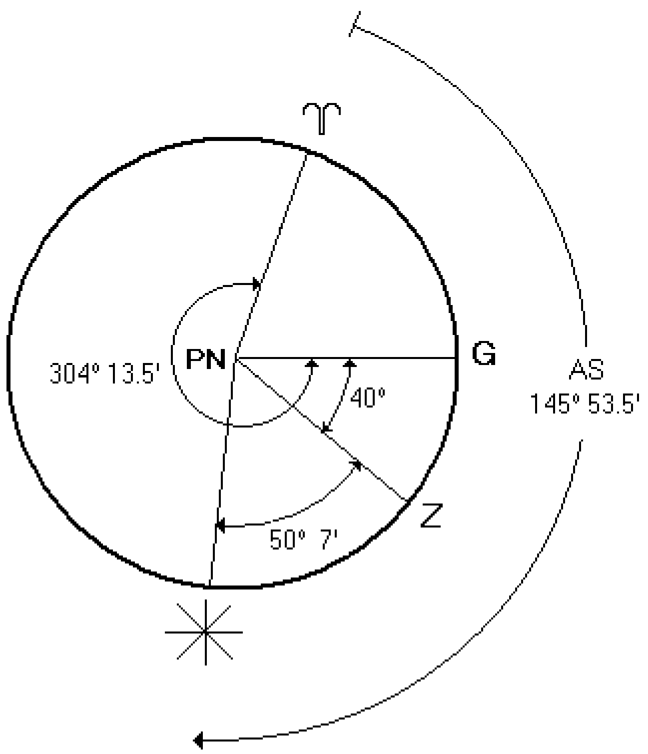
L=40º W; $\frac{40º}{15º}$=2h 40m
HcG=TU=HcL+(L/15º)=5h 40m+2h 40m=8h 20m

Para el día 21.3.2008 en Almanaque Náutico:

TU	hGγ
8	299º 12,7’
9	314º 15,2’

Interpolando, para TU =8h 20m sale **hGγ=**304º 13,5’

Círculo horario:



Del círculo horario de la figura se deduce:

- **hG*=**40º + 50º 7’=**90º 7’**
- **AS=Angulo Sidéreo del astro**= **hG*− hGγ=**
  90º 7’ – 304º 13,5’= −214º 6,5’=360º − 214º 6,5’=145º 53,5’.

Datos finales para reconocimiento astro:
Con los datos siguientes:

- **AS=145º 53,5’**

- **Dec=18º 57’**

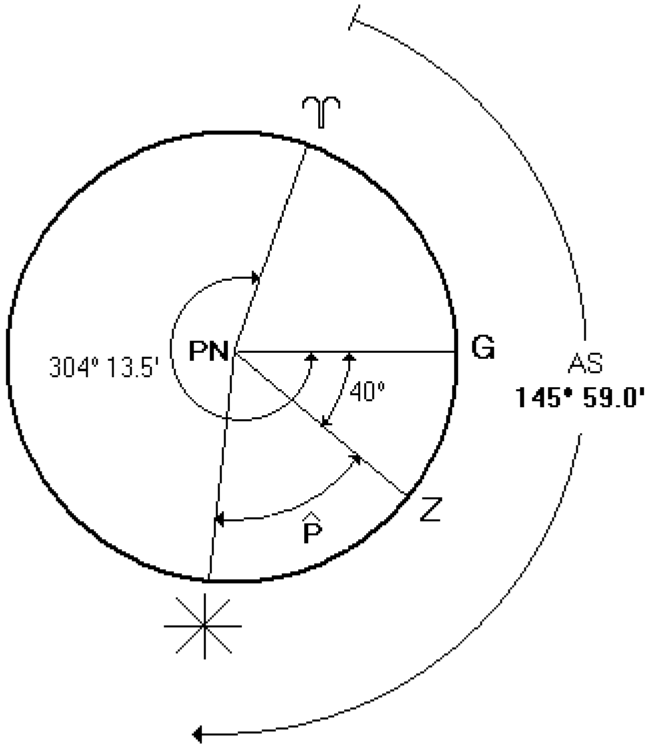
El día 21 de Marzo de 2008, en el Almanaque Náutico aparece la estrella nº 69 Arcturus.

<u>Cálculo del determinante de la recta de altura de la estrella nº 69 Arcturus</u>

De los datos del Almanaque náutico respecto a la estrella nº 69 Arcturus, para el 21 de Marzo de 2008 obtenemos:

- **AS=145º 59,0’**
- **Dec=19º 8,1’**

Rehaciendo el círculo horario con el dato real de AS:

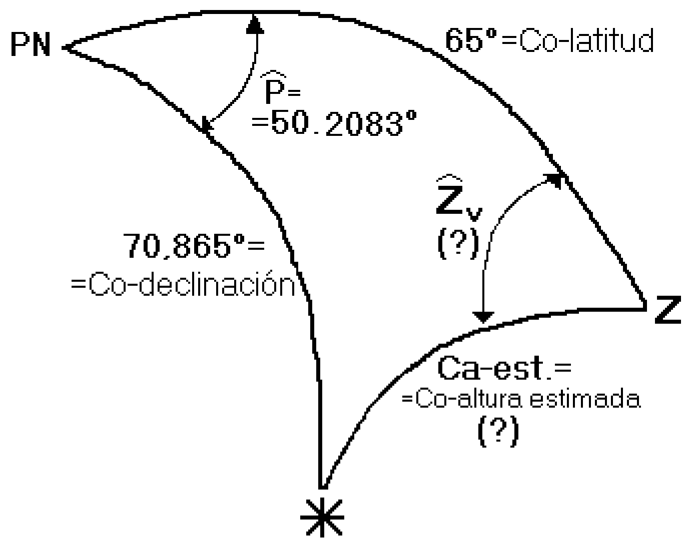


De la figura se deduce P:

P=145º 59,0’– 40º – (360º – 304º 13,5’)=50º 12,5’=50,2083º

Por otro lado, la Dec de Arcturus=19º 8,1’=19,135º; Co-declinación=
=90º −19,135º=70,865º

Con los valores reales de la Co-declinación y P, actualizamos el triángulo de posición:



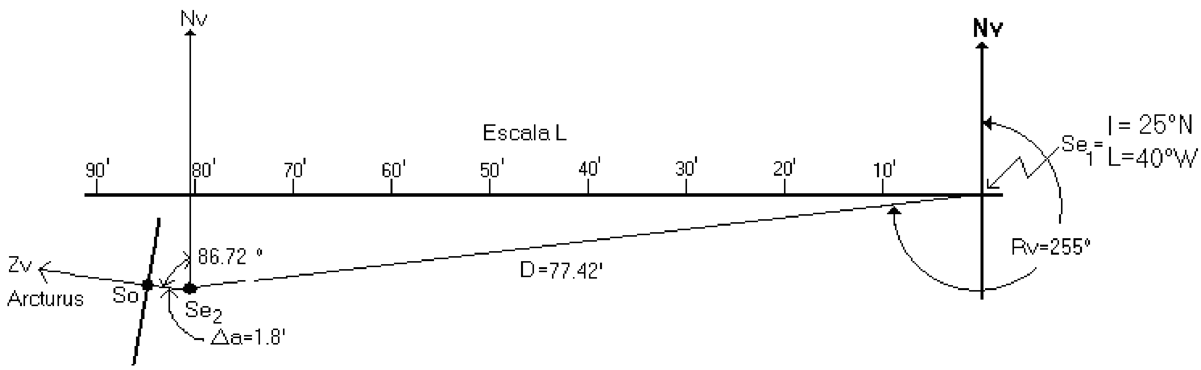
cotg 70,865º x sen 65º=cos 65º x cos 50,2083º + sen 50,2083º x cotg Zv
Zv=azimut verdadero del astro=N86,72ºW
cos Ca_est=cos 70,865º x cos 65º + sen 70,865º x sen 65º x cos 50,2083º
Ca_est=46,6447º=46º 38,7'; aest=altura estimada=90º − 46º 38,7'=43º 21,3'
Δa=distancia entre posiciones real y estimada=av − aest=43º 23,1' – 43º 21,3'=1,8'

Determinante estrella Arcturus:
Z=N86,72ºW
Δa =1,8'

Cálculo de la situación verdadera al mediodía (paso del Sol por el meridiano superior del lugar

PMG=Paso por Meridiano Greenwich=12h 7,1m
HcL crepúsculo civil matutino=5h 40m
Δt=intervalo tiempo navegado=12h 7,1m – 5h 40m=6h 27,1m=6,4516h
Distancia navegada=D=Vb x Δt=12 x 6,4516=77,42'

Método gráfico



Método analítico

		Δl		A	
Rv	**D**	**N**	**S**	**E**	**W**
S75ºW	77,42’	—	20,04’	—	74,78’
N86,72ºW	1,8’	0,11’	—	—	1,8’
			19,93’		76,58’

lo=latitud observada=25ºN –19,93’S=24º 40,1’N

A=apartamiento=76,58’

$$lm = 25º - \frac{9,93'}{2} = 24,8399º$$

$$\Delta L = \frac{A}{\cos lm} = \frac{76,58'}{\cos 24,8399º} = 84,38'W = 1º\ 24,4'W$$

Lo=longitud observada=40ºW+1º 24,4’W=41º 24,4’W

<u>Ajuste del tiempo navegado</u>

Anteriormente el tiempo navegado se había considerado con el barco parado. En éstos ΔL=84,38’ que el barco navega hacia el oeste, el Sol habrá tardado 84,38’/15’=5,62 minutos.
Por lo tanto, el tiempo total navegado es: 6h 27,1m + 5,62m=6h 32,72m=6,5453h
Ahora hay que recalcular la loxodrómica vista anteriormente:
La distancia real navegada será: D=Vb x Δt=12 x 6,5453=78,54’

		Δl		A	
Rv	**D**	**N**	**S**	**E**	**W**
S75ºW	78,54’	—	20,32’	—	75,87’
N86,72ºW	1,8’	0,11’	—	—	1,8’
			20,21’		77,67’

lo=latitud observada=25ºN–20,21’S=24º 39,8’N

A=apartamiento=77,67’

$$lm = 25º - \frac{20,21'}{2} = 24,8316º$$

$$\Delta L = \frac{A}{\cos lm} = \frac{77,67'}{\cos 24,8316º} = 85,58'W = 1º\ 25,6'W$$

Lo=longitud observada=40ºW+1º 25,6’W=41º 25,6’W

Por lo tanto, situación verdadera en el momento de la observación al paso del Sol por el meridiano superior del lugar es:

lo=24º 39,8’N

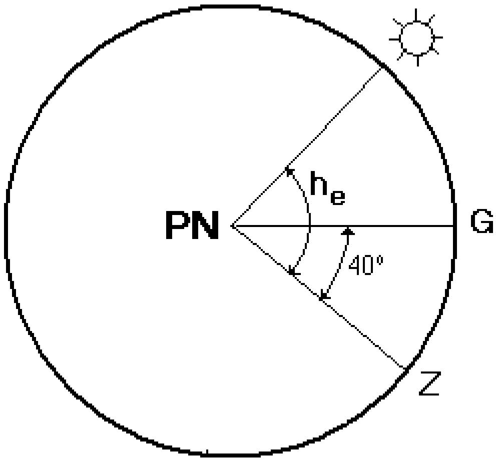
Lo=41º 25,6’W

<u>Fórmula exacta del tiempo total navegado hasta paso Sol por meridiano superior</u>

Otra forma de calcular el tiempo exacto navegado es la siguiente:

$$\Delta t = \text{intervalo tiempo navegado} = \frac{he}{15 + \frac{Vb \times \text{sen } R}{60 \times \cos lm}}$$

h_e=ángulo horario entre el Sol y el barco en el momento de comienzo de la navegación
Vb=velocidad del barco
R=Rumbo
l_m=latitud media. Se puede suponer la latitud del barco al comienzo de la navegación



Para calcular h_e hay que calcular en primer lugar el **hG☼** al TU=8h 20 m (TU del comienzo de la navegación) hay que acudir al Almanaque:

Para el día 21.3.2008

TU	**hG☼**
8	298º 13,1’
9	313º 13,3’

Interpolando para TU=8h 20m, **hG☼=303º 13,16’**, por lo tanto, h_e=360º − **hG☼**=96º 46,83’

$$\Delta t = \text{intervalo tiempo navegado} = \frac{96^\circ\ 46{,}83'}{15^\circ + \dfrac{12 \text{ x sen } 255^\circ}{60 \text{ x cos } 25^\circ}} = 6\text{h } 32{,}7\text{m}$$, que coincide con el resultado anterior.

<u>Cálculo hora legal de la observación a mediodía:</u>

$$HcG=TU=HcL+L=12h\ 7{,}1m+\frac{41^\circ\ 25{,}6'}{15^\circ}=12h\ 7{,}1\ m + 2h\ 45m\ 42{,}4s=14h\ 52m\ 48{,}4s$$

Otra forma: TU=TU comienzo navegación + intervalo tiempo navegado=
=8h 20m + 6h 32,7m=14h 52,7m
L=41º 25,6’W ; Z=nº huso horario=3
Hz=hora legal=HcG − Z=14h 52m 52s −3h=11h 52m 48,4s

<u>Altura verdadera del Sol y latitud verdadera del lugar al paso por el meridiano del lugar</u>

a_i=altura instrumental Sol limbo inferior=65º 35,7’
E_i=error de índice del sextante=+1’
a_o=altura observada del Sol limbo inferior= a_i +E_i=65º 35,7’+1'=65º 36,7'
C_d=Corrección por depresión (para altura 10 m)= −5,7'
a_a=altura aparente= a_o +C_d=65º 36,7' − 5,7'= 65º 31’

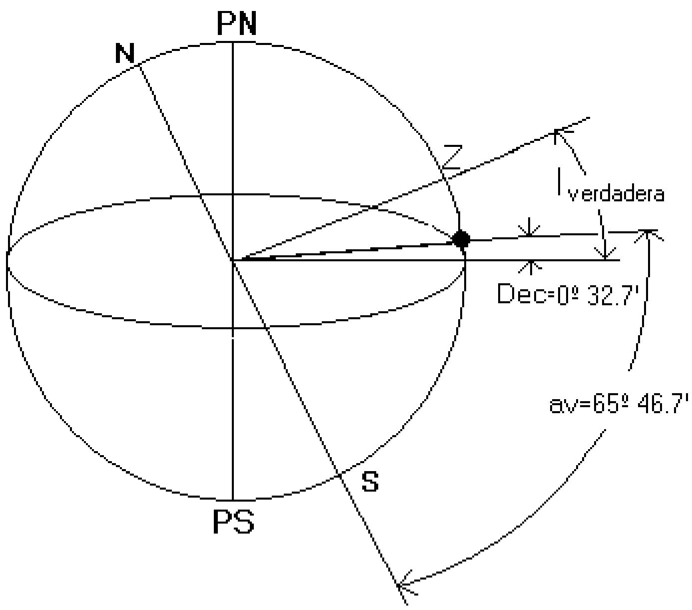
Csd+refr+p=Corrección por Semidiámetro, refracción y paralaje
(para aa =65º 31’)= +15,6º+0,1= +15,7’
av= aa + **Csd+refr+p** =65º 31'+15,7'=65º 46,7’
av **=altura verdadera Sol=65º 46,7’**

TU=14h 52m 48,4s

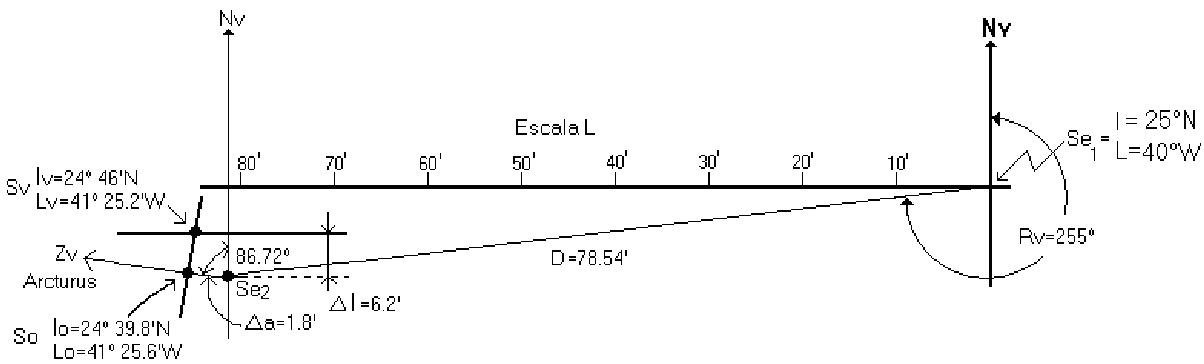
En Almanaque Náutico para el Sol el día 21 Marzo 2008:

TU	**Dec**
14	0º 31,8’
15	0º 32,8’

Interpolando, para TU =14h 52m 48,4s:
Dec=0º 31,8’+Corrección 52m 48,4s=0º 31,8’+0,9’=0º 32,7’



lv=latitud verdadera=90º + 0º 32,7’– 65º 46,7’=24º 46’N
Δl = lv − lo =24º 46’N − 24º 39,8’N = 6,2’N

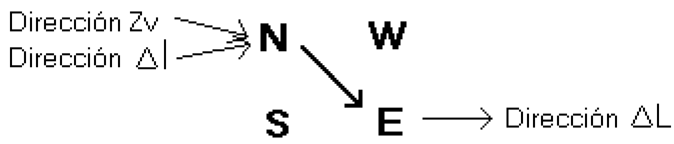


Ahora calculamos el coeficiente de Pagel para ver el ΔL que corresponde a ese Δl.
Δ**A**=incremento apartamiento = Δl x tang (90º - 86,72º) = 6,2 x tang (90º - 86,72º) = 0,3553

$$\Delta \mathbf{L} = \frac{\Delta A}{\cos lo} = \frac{0{,}3553}{\cos 24º\ 39{,}8'} = 0{,}391' \approx 0{,}4'$$

A título de curiosidad, ya que no se utiliza en el cálculo, podemos calcular el coefiente Pagel,
Q=coeficiente Pagel=$\frac{\Delta L}{\Delta l} = \frac{0{,}4}{6{,}2}$=0,06

La Zv de la recta de altura es: Zv=N86,72ºW



ΔL=0,4'E según el cálculo anterior
Luego la situación verdadera Sv a la hora del paso del Sol por el meridiano superior del lugar es:
lv=24º 46'N
Lv=41º 25,6'W – 0,4'E=41º 25,2'W

Respuestas a 1ª pregunta (Situación a mediodía, con reconocimiento de astro, hora legal y fecha):

Situación a mediodía:
lv=24º 46'N
Lv=41º 25,2'W

Hora legal:
TU= TU=14h 52m 48,4s=14h 52,8m
Lv=41º 25,2'W → Huso nº 3
Hz=14h 52,8m – 3h=11h 52,8m

Astro reconocido:
Estrella nº 69 Arcturus.

Fecha: 21 Marzo

SEGUNDA PREGUNTA

En tablas AN del día 21 de Marzo de 2008 Hora TU Crepúsculo Náutico Vespertino=19h 1,5 m (interpolando entre las horas del crepúsculo de los días 20 y 22 del mismo mes).

Por lo tanto, a la hora del crepúsculo: HcG=19h 1,5m+$\frac{43º}{15º}$=21h 53,5m=TU en Greenwich del crepúsculo náutico vespertino.

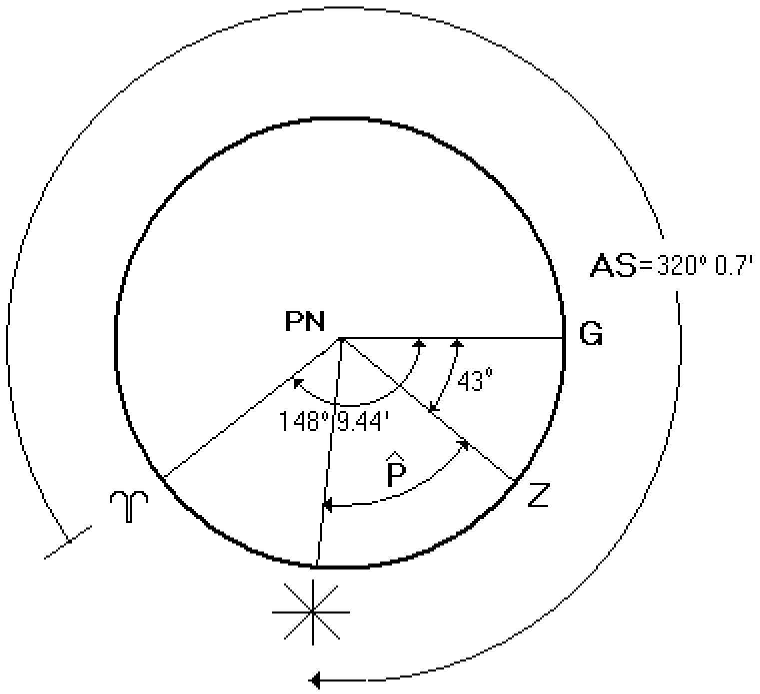
Para el día 21.3.2008 en Almanaque Náutico:

TU	**$h_{G\gamma}$**
21	134º 44,8’
22	149º 47,2’

Interpolando, para TU =21h 53,5m sale $h_{G\gamma}$=134º 44,8’+ Interpolación.(53,5m)=
=134º 44,8’ + 13º 24,64’=148º 9,44’
$h_{G\gamma}$=148º 9,44’

En las tablas AN
AS=Angulo Sidéreo estrella Polaris=319º 60,7’=320º 0,7’
Dec=Declinación estrella Polaris=89º 18,3’

Círculo horario:



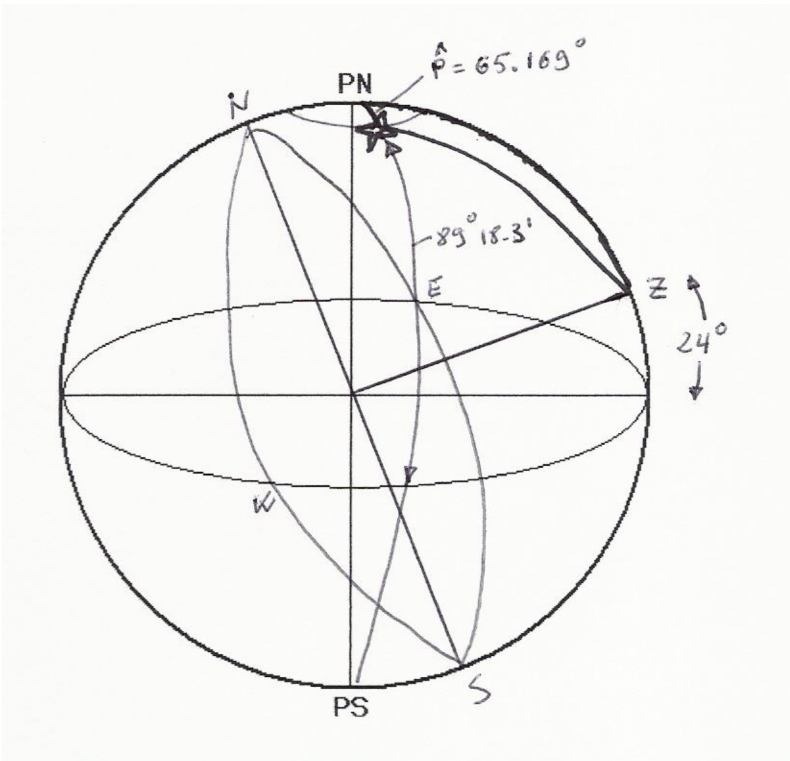
Del círculo horario de la figura se deduce:
h_{L*}=P=horario del astro=148º 9,44’– 43º– (360º – 320º 0,7’)=65º 10,14’= 65,169º
$h_{L\gamma}$=horario de Aries referido al lugar de observación=148º 9,44’− 43º=105º 9,44’

Altura verdadera:
a_i=altura instrumental=24º 29,3'
E_i=error de índice del sextante=1’
a_o=altura observada= a_i +E_i=24º 29,3'+1'=24º 30,3'
C_d=Corrección por depresión (para altura 10 m)= –5,6'
a_a=altura aparente=Ao+C_d=24º 30,3'-5,6'=24º 24,7’
C_r=Corrección por refracción (para Aa=24º 24,7’)= –2,2’
a_v= a_a +C_r=24º 24,7’– 2,2'=24º 22,5’
a_v **=altura verdadera de la Polar=24º 22,5’**

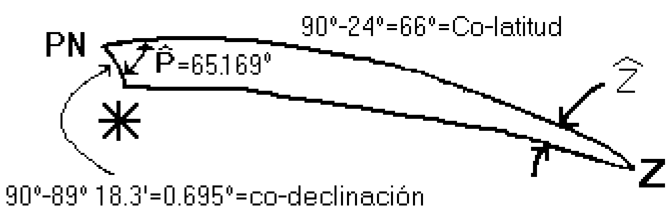
Latitud del observador:
Con las tablas AN pag.382, 383 y 384 se averigua la latitud por altura verdadera (av) de la Polar, conociendo **hLγ**=horario de Aries referido al lugar de observación.

l=latitud del observador= av +C1+C2+C3
C1=corrección nº 1= –17,9’
C2=corrección nº 2= +0,1’
C3=corrección nº 3= +0,3’
l=24º 22,5’–17,9’+0,1’+0,3’=24º 5,0’
Δl=5,0’ N respecto la posición estimada del Faro Funchal

Corrección total de la aguja:



En primer lugar hay que hallar el ángulo Z que forma el norte verdadero con la estrella polar.



Del triángulo de posición, al ser la co-declinación muy pequeña, se puede asumir que Z=azimut=ángulo que forma el norte verdadero con la estrella polar=co-declinación=N0,7ºW.

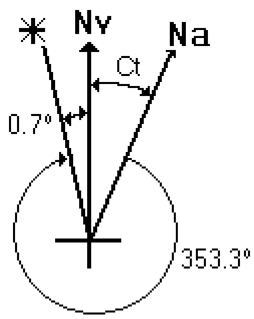
Esto se puede también corroborar aplicando el teorema de las cotangentes:

cotg 0,695º x sen 66º=cos 66º x cos 65,169º + sen 65,169º x cotg Z de donde Z=N0,69ºW

Otra forma de hacer esto: Azimut de la Polar por tablas AN pag.385

Para **h**Lγ=horario de Aries referido al lugar de observación=105º 9,44'y latitud estimada l=24º , en tablas AN, Z= –0,7º = N0,7ºW

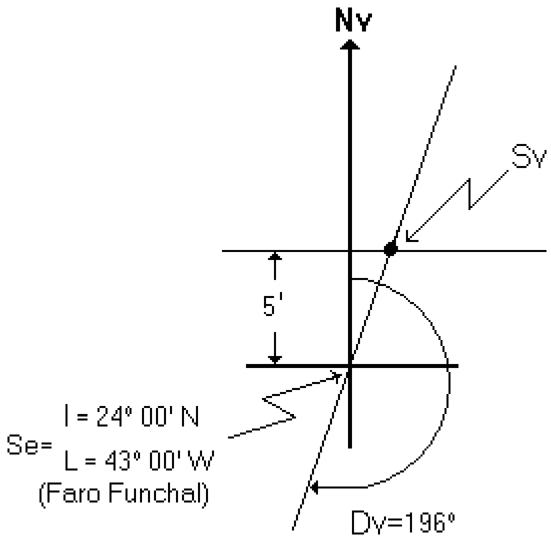
Por lo tanto tenemos lo siguiente:



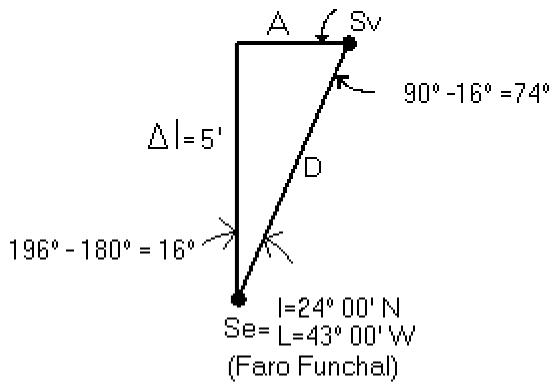
De la figura se desprende que Ct=corrección total de aguja=360º−353,3º−0,7º= +6º

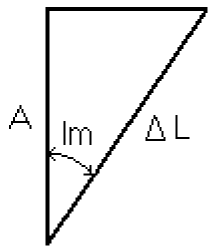
Por lo tanto, Dv=Da+Ct=190º+6º=196º

Trazando un paralelo a Δl=5,0' N de la posición estimada del Faro Funchal, en donde corte a la Demora verdadera Dv=196º, tendremos la situación verdadera.



Para ver la L verdadera, resolvemos la loxodrómica.
Desde Sv se ve Faro Funchal con un Dv de 196º. Desde Faro Funchal ve pues Sv con 196º −180º = 16º. El ángulo opuesto del triángulo de la figura de abajo es pues 90º − 16º = 74º





$\text{tang } 74º = \frac{5}{A}$ → A=1,43’

$\text{lm} = 24º + \frac{5'}{2} = 24{,}042º$

$\Delta L = \frac{A}{\cos \text{lm}} = \frac{1{,}43'}{\cos 24{,}042º} = 1{,}56’$

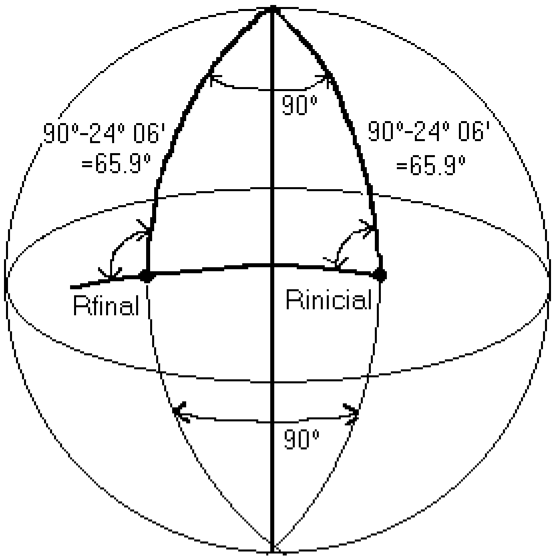
Luego:
lv=24º 00’ N + 5,0’N=24º 5,0’N
Lv=43º 00’ N – 1,56’E=42º 58,44’ W

<u>Respuestas a 2ª pregunta (situación por Polar y faro)</u>

lv=24º 5,0’N
Lv=42º 58,44’ W

<u>TERCERA PREGUNTA</u>

ΔL=132º 58’ – 42º 58’=90º
Co-latitud inicial=90º − 24º 06’=65,9º
Co-latitud final=90º − 24º 06’=65,9º



Aplicando el teorema de las cotangentes al triángulo de posición:
cotg 65,9º x sen 65,9º=cos 65,9º x cos 90º + sen90º x cotg Rinicial
cos 65,9º=0,4083=cotg Rinicial
Rinicial=N67,79ºW=292º 12,6'
Rfinal=180º − 67,79º=S67,79ºW=247º 47,4'

Aplicando el teorema de los cosenos:
cos D=cos 65,9º x cos 65,9º + sen 65,9º x sen 65,9º x cos 90º
D=80,4020º=4824,12 millas.

Respuestas a 3ª pregunta (Rumbo y distancia ortodrómico)

Rinicial=N67,79ºW=292º 12,6'
Rfinal=S67,79ºW=247º 47,4'
Distancia ortodrómica navegada=4824,12 millas.

Nota: Si la navegación fuese loxodrómica (en éste caso por el paralelo), la distancia navegada sería el Apartamiento.
A=ΔL x cos lm=90º x cos 24º 06'=4929,3 millas
La ganancia respecto a la navegación por círculo máximo (ortodrómica) sería:
4929,3 – 4824,12=105,18 millas