

## Examen Cálculos Náuticos Capitán de Yate, Madrid 4 Abril 2009

**Autor: Pablo González de Villaumbrosia García 08.04.2009**

El día 20 de Febrero de 2009 al ser la hora del crepúsculo náutico vespertino, estando en situación de estima latitud= $10^{\circ} 00' N$  y Longitud= $058^{\circ} 00' W$ , observamos altura instrumental de la estrella Polar  $a_i = 10^{\circ} 56'$ . Azimut de aguja de dicha estrella  $Z_a = 011^{\circ},5$ , y simultáneamente altura instrumental de un astro desconocido  $a_i^* = 48^{\circ} 11,7'$  y azimut de aguja de dicho astro desconocido  $Z_a^* = 071^{\circ}$ .

Después de navegar a distintos rumbos y velocidades, al ser  $H_{rb} = 10:00$  en situación de estima latitud= $10^{\circ} 48' N$  y Longitud= $56^{\circ} 12' W$ , observamos altura instrumental del Sol limbo inferior  $a_i^* = 53^{\circ} 43,3'$ . Navegamos al Rumbo verdadero  $075^{\circ}$ , velocidad 10 nudos hasta la hora de paso del Sol por el meridiano en que tomamos altura instrumental meridiana del Sol limbo inferior  $a_i^* = 68^{\circ} 42,1'$ .

Cambiamos de rumbo al  $090^{\circ}$  y velocidad 10 nudos. En un momento dado, detectamos en el radar el eco de un buque "B", abierto  $30^{\circ}$  por Babor y a una distancia de 10 millas. 15 minutos más tarde el buque "B" nos demora por los  $060^{\circ}$  verdaderos y a 7 millas de distancia. En este instante nos ponemos a navegar al  $050^{\circ}$  verdadero y a 5 nudos.

(Elevación del observador: 10,5 metros. Corrección o error de índice= $3'(-)$ )

Se pide:

- 1º) Situación observada por la estrella Polar y desconocido (con tipeo y reconocimiento del mismo).
- 2) Situación y hora legar a la meridiana.
- 3) Rumbo y velocidad del "B" y mínima distancia a que pasaremos del buque "B".

### 1º) Situación observada por la estrella Polar y desconocido (con tipeo y reconocimiento del mismo).

#### Cálculo altura verdadera estrella Polar

$$a_i^* \text{ Polar} = 10^{\circ} 56'$$

$$E_i = \text{error de índice del sextante} = -3'$$

$$a_o = \text{altura observada} = a_i + E_i = 10^{\circ} 56' - 3' = 10^{\circ} 53'$$

$$C_d = \text{Corrección por depresión (para } e_o = 10,5 \text{ m.)} = -5,8'$$

$$a_a = \text{altura aparente} = a_o + C_d = 10^{\circ} 53' - 5,8' = 10^{\circ} 47,2'$$

$$C_r = \text{Corrección por refracción (para } a_a = 10^{\circ} 47,2') = -4,93'$$

$$a_v = a_a + C_r = 10^{\circ} 47,2' - 4,93' = 10^{\circ} 42,27'$$

$$a_v = \text{altura verdadera estrella Polar} = 10^{\circ} 42,27'$$

#### Cálculo TU de la medición

HcL crepúsculo náutico vespertino día 19 Febrero 2009=18h 55m

HcL crepúsculo náutico vespertino día 21 Febrero 2009=18h 56m

Promediando ambos para el 20 de Febrero de 2009, HcL medición=18h 55,5 m

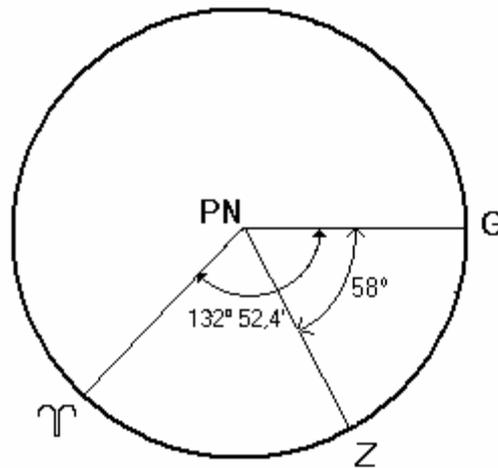
$$\text{TU de la medición} = 18\text{h } 55,5 \text{ m} + \frac{58^\circ}{15^\circ} = 22\text{h } 47,5 \text{ m}$$

**Cálculo hLγ y corrección total**

En tablas AN para el día 20 de Febrero de 2009

<u>TU</u>	<u>hGγ</u>
22	120° 58'
23	136° 0,4'

Interpolando part TU=22h 47,5 m → hGγ=132° 52,4'

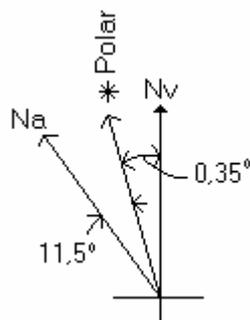


De la figura anterior: hLγ = 132° 52,4' - 58° = 74° 52,4'

En tablas del AN de Azimutes de la Polar, con los datos de:

- hLγ = 74° 52,4'
- le=10° N

encontramos Zv \* Polar = -0,35°



De la figura anterior se deduce: Ct=corrección total = -(11,5°+0,35°) = -11,85°

### Cálculo latitud por la Polar

Con los datos de:

- $hLy = 74^\circ 52,4'$
- $av = \text{altura verdadera estrella Polar} = 10^\circ 42,27'$
- Fecha: 20 Febrero 2009

En tablas del AN de latitud por observación de la Polar encontramos:

$C1 = \text{corrección n}^\circ 1 = -34,4'$

$C2 = \text{corrección n}^\circ 2 = 0$

$C3 = \text{corrección n}^\circ 3 = +0,15'$

Por lo tanto:

$lv = \text{latitud verdadera} = av + C1 + C2 + C3 = 10^\circ 42,27' - 34,4' + 0 + 0,15' = 10^\circ 8,02'$

### Cálculo del astro desconocido

$Zv = \text{azimut verdadero} * ? = Za + Ct = 71^\circ - 11,85^\circ = 59^\circ 9'$

$ai * ? = 48^\circ 11,7'$

$Ei = \text{error de índice del sextante} = -3'$

$ao = \text{altura observada} = ai + Ei = 48^\circ 11,7' - 3' = 48^\circ 8,7'$

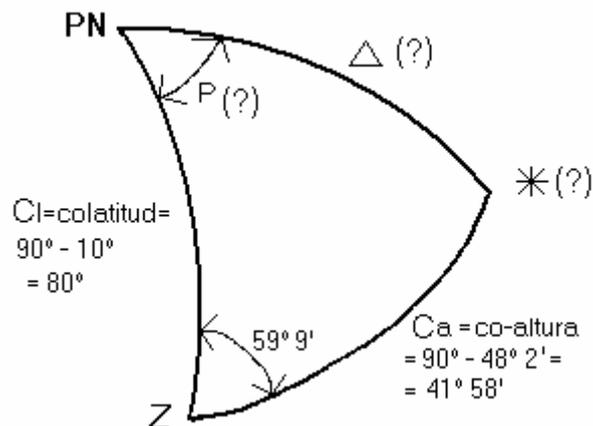
$Cd = \text{Corrección por depresión (para } eo = 10,5 \text{ m.)} = -5,8'$

$aa = \text{altura aparente} = ao + Cd = 48^\circ 8,7' - 5,8' = 48^\circ 2,9'$

$Cr = \text{Corrección por refracción (para } aa = 48^\circ 2,9') = -0,9'$

$av = aa + Cr = 48^\circ 2,9' - 0,9' = 48^\circ 2'$

$av = \text{altura verdadera astro } ? = 48^\circ 2'$

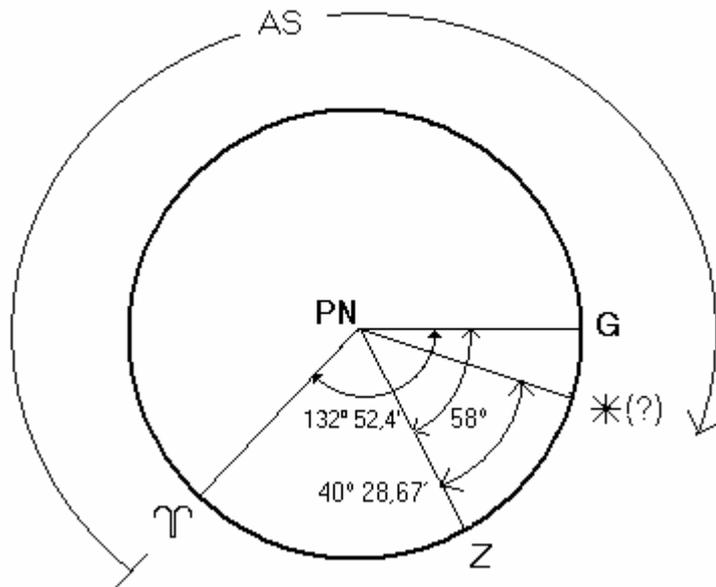


Del triángulo esférico de posición de la figura:

$$\cotg 41^\circ 58' \times \text{sen } 80^\circ = \cos 80^\circ \times \cos 59^\circ 9' + \text{sen } 59^\circ 9' \times \cotg P \rightarrow P = 40^\circ 28,67'$$

$$\cos \Delta = \cos 80^\circ \times \cos 41^\circ 58' + \text{sen } 80^\circ \times \text{sen } 41^\circ 58' \times \cos 59^\circ 9' \rightarrow \Delta = \text{co-declinación} = 62,1728^\circ$$

$$\text{Dec} = \text{declinación del astro} = 90^\circ - 62,1728^\circ = +27^\circ 49,63'$$



Según la figura anterior:

$$AS = \text{ángulo sidéreo astro desconocido} = 360^\circ - [132^\circ 52,4' - (58^\circ - 40^\circ 28,67')] = 244^\circ 38,93'$$

Con los datos de:

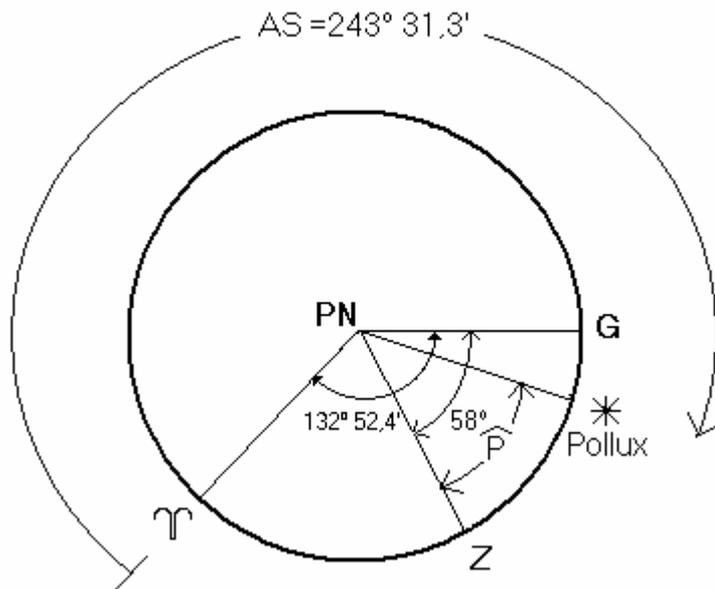
- $AS = 244^\circ 38,93'$
- $Dec = +27^\circ 49,63'$

En el AN aparece la estrella n° 39 Pollux

### Cálculo determinante de Pollux

Datos Pollux:

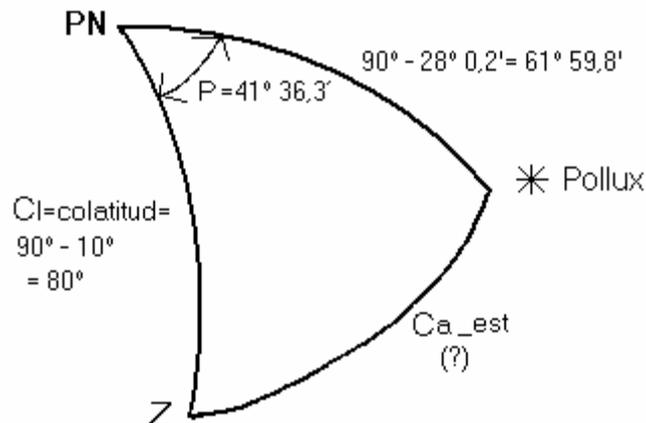
- $AS = 243^\circ 31,3'$
- $Dec = +28^\circ 0,2'$



Según la figura anterior:

$$P = \text{ángulo horario en el Polo de la estrella Pollux} = 360^\circ - 243^\circ 31,3' - (132^\circ 52,4' - 58^\circ) = 41^\circ 36,3'$$

El triángulo de posición queda ahora así:



$Ca\_est$  = co-altura estimada

$$\cos Ca\_est = \cos 80^\circ \times \cos 61^\circ 59,8' + \sin 80^\circ \times \sin 61^\circ 59,8' \times \cos 41^\circ 36,3'$$

$$Ca\_est = 42,9711^\circ \rightarrow a_{est} = \text{altura estimada de Pollux} = 90^\circ - 42,9711^\circ = 47^\circ 1,73'$$

$$\Delta a = a_v - a_{est} = 48^\circ 2' - 47^\circ 1,73' = 60,27'$$

**Determinante Pollux:**

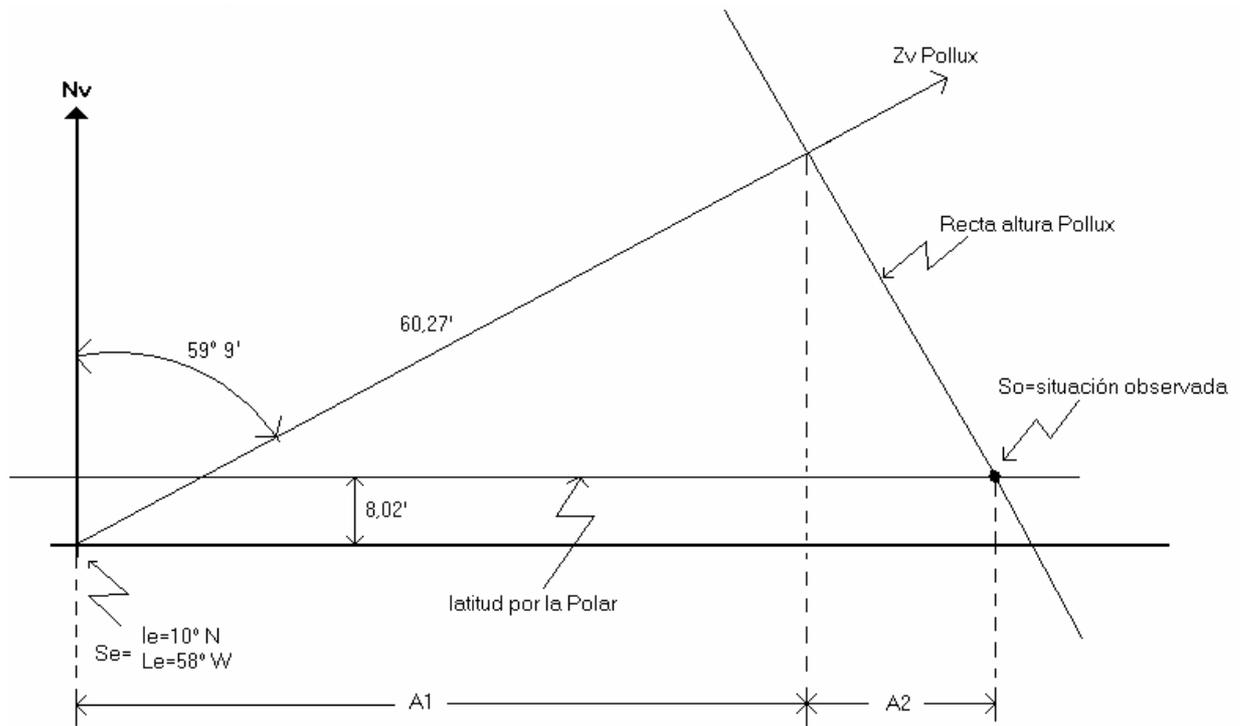
$$Z_v = 59^\circ 9'$$

$$\Delta a = a_v - a_{est} = 48^\circ 2' - 47^\circ 1,73' = +60,27'$$

## Cálculo por Polar y Pollux

Datos:

- $l_v$ =latitud verdadera por la Polar= $10^{\circ} 8,02'$
- Determinante Pollux:  
 $Z_v = 59^{\circ} 9'$   
 $\Delta a = +60,27'$



La intersección entre la recta de altura de Pollux y la latitud por la Polar nos da la situación observada. Algebraicamente la longitud observada se puede calcular calculando los apartamientos A1 y A2 indicados en la figura anterior:

$$A_1 = 60,27 \times \text{sen } 59^{\circ} 9' = 51,74' \text{ E}$$

$$A_2 = \frac{60,27 \times \text{cos } 59^{\circ} 9' - 8,02'}{\text{tang } 59^{\circ} 9'} = 13,67' \text{ E}$$

$$\Delta L = \frac{51,74' + 13,67'}{\text{cos } 10^{\circ}} = 66,42' \text{ E}$$

$$L_o = \text{longitud observada} = 58^{\circ} W - 66,42' E = 56^{\circ} 53,58' W$$

$$l_o = \text{latitud observada} = 10^{\circ} 8,02' N$$

### Respuestas 1ª pregunta

$$l_o = \text{latitud observada} = 10^{\circ} 8,02' N$$

$$L_o = \text{longitud observada} = 56^{\circ} 53,58' W$$

## 2) Situación y hora legal a la meridiana.

### **Cálculo Tiempo Universal TU de la observación del Sol por la mañana**

HRB=10h 00m

Le=56° 12' W → Huso nº 4 → TU=Hz+Z=HRB+4=14h 0m día 21 de Febrero de 2009

¡Ojo!, hay cambio de día, ya que la observación de Pollux y la Polar se efectúa el 20 de Febrero de 2009 por la noche, y ahora es ya de día, o sea, que hemos pasado al 21 de Febrero de 2009

### **Cálculo altura verdadera de la observación**

ai☀ limbo inferior =53° 43,3'

ao=altura observada= ai +Ei=53° 43,3' - 3'=53° 40,3'

aa=altura aparente= ao+Cd

Cd=Corrección por depresión (para eo=10,5 mts.)= - 5,8'

aa= 53° 40,3' -5,8'=53° 34,5'

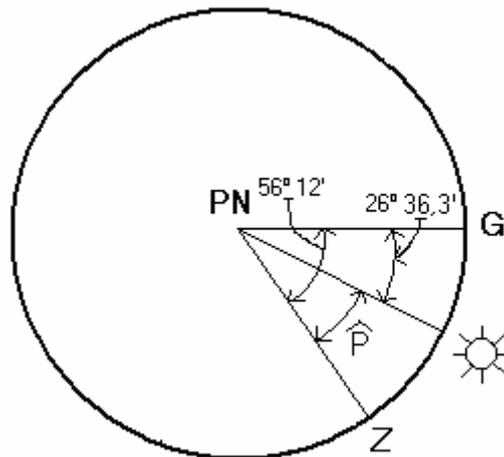
Csd+refr+par=corrección por semidiámetro-refracción-paralaje= +15,4' +0,2'= +15,6'

av=altura verdadera= aa+Csd+refr+par = 53° 34,5' + 15,6'=53° 50,1'

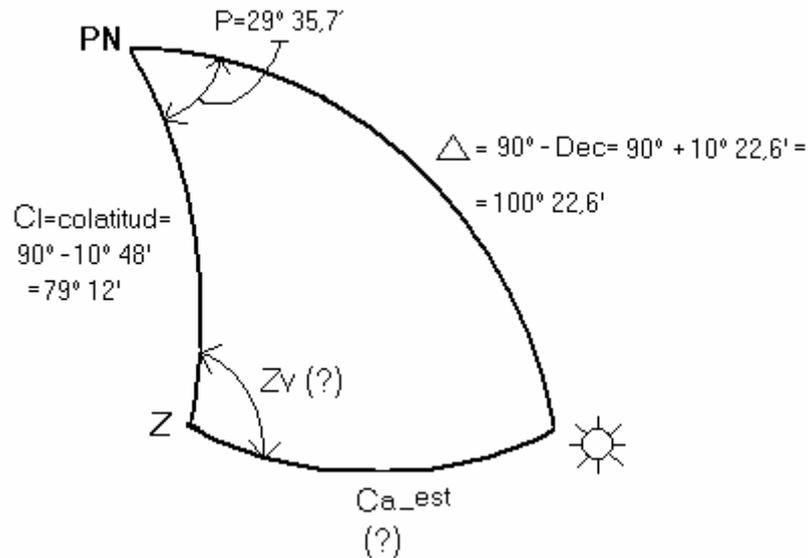
### **Cálculo determinante del Sol a HRB=10 00**

En tablas diarias del AN para el día 21 de Febrero de 2009

<u>TU</u>	<u>hG</u> ☀	<u>Dec</u>
14h	26° 36,3'	-10° 22,6'



P=ángulo horario en el Polo=56° 12' - 26° 36,3'=29° 35,7'



Del triángulo esférico de posición de la figura se deduce:

$$\cotg 100^\circ 22,6' \times \sen 79^\circ 12' = \cos 79^\circ 12' \times \cos 29^\circ 35,7' + \sen 29^\circ 35,7' \times \cotg Z_v$$

$$Z_v = 124,77^\circ = S55,23^\circ E$$

$$\cos Ca\_est = \cos 79^\circ 12' \times \cos 100^\circ 22,6' + \sen 79^\circ 12' \times \sen 100^\circ 22,6' \times \cos 29^\circ 35,7'$$

$$Ca\_est = Co\text{-}altura\ estimada = 36,25^\circ \rightarrow ae = 90^\circ - 36,25^\circ = 53^\circ 44,8'$$

$$Q = \text{coeficiente de Page} = \frac{1}{\tan \Delta \times \sen P} - \frac{\cotg Cl}{\tan P} = 0,7066 \text{ (el signo se hace siempre positivo)}$$

$$\Delta a = a_v - a_e = 53^\circ 50,1' - 53^\circ 44,8' = +5,3'$$

#### Determinante Sol por la mañana:

$$Z_v = S55,23^\circ E$$

$$\Delta a = +5,3'$$

#### Cálculo tiempo exacto navegado y distancia navegada

$$he = P = 56^\circ 12' - 26^\circ 36,3' = 29^\circ 35,7'$$

$$\Delta t = \text{tiempo exacto navegado} = \frac{he}{15^\circ + \frac{V_b \times \sen R_v}{60 \times \cos l_m}} = \frac{29^\circ 35,7'}{15^\circ + \frac{10 \times \sen 75^\circ}{60 \times \cos 10^\circ 48'}} = 1,9517 \text{ horas} =$$

$$= 1h 57,1m$$

$$D = \text{distancia navegada} = V_b \times \Delta t = 10 \times 1,9517 = 19,517 \text{ millas}$$

#### Traslado del punto determinante

$$Z_v = S55,23^\circ E$$

$$\Delta a = +5,3'$$

$$R_v = N75^\circ E$$

$$D = \text{distancia navegada} = 19,517 \text{ millas}$$

le=latitud estimada por la mañana=10° 48'N

Le=longitud estimada por la mañana=56° 12'W

Ref	D	Δl		A	
		N	S	E	W
N75°E	19,517'	5,05'	—	18,85'	—
S55,23°E	5,3	—	3,02'	4,35'	—
		2,03'		23,2'	

Δl=2,03'N

A=apartamiento=23,2'E

lm=latitud media=10° 48'N +  $\frac{\Delta l}{2}$  =10° 49'

$\Delta L = \frac{A}{\cos lm} = \frac{23,2'}{\cos 10^\circ 49'} = 23,62'E$

lo=latitud observada al mediodía=10° 48'N + 2,03'N=10° 50,03'N

Lo=longitud observada al mediodía=56° 12'W – 23,62'E= 55° 48,38'W

### Cálculo altura verdadera del Sol al mediodía

ai☉ limbo inferior =68° 42,1'

ao=altura observada=ai+Ei=68° 42,1' – 3'=68° 39,1'

aa=altura aparente= ao+Cd

Cd=Corrección por depresión (para eo=10,5 mts)= – 5,8'

aa= 68° 39,1' – 5,8'=68° 33,3'

Csd+refr+par=corrección por semidiámetro-refracción-paralaje= +15,7' + 0,2'= +15,9'

av=altura verdadera= aa + Csd+refr+par = 68° 33,3' + 15,9'= 68° 49,2'

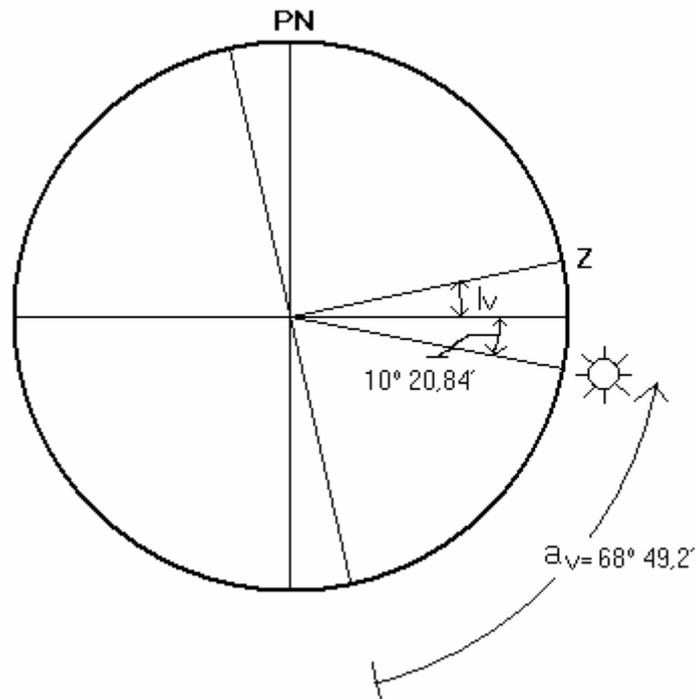
### Cálculo de la declinación del Sol al mediodía

TU=tiempo universal=14h 0m + intervalo de tiempo navegado=14h 0m + 1h 57,1m =  
=15h 57,1m

En tablas AN para TU=15h 57,1m del día 21 de Febrero de 2009

<u>TU</u>	<u>Dec</u>
15h	–10° 21,7'
16h	–10° 20,8'

Para TU=15h 57,1 → Dec≈ –10° 20,84'

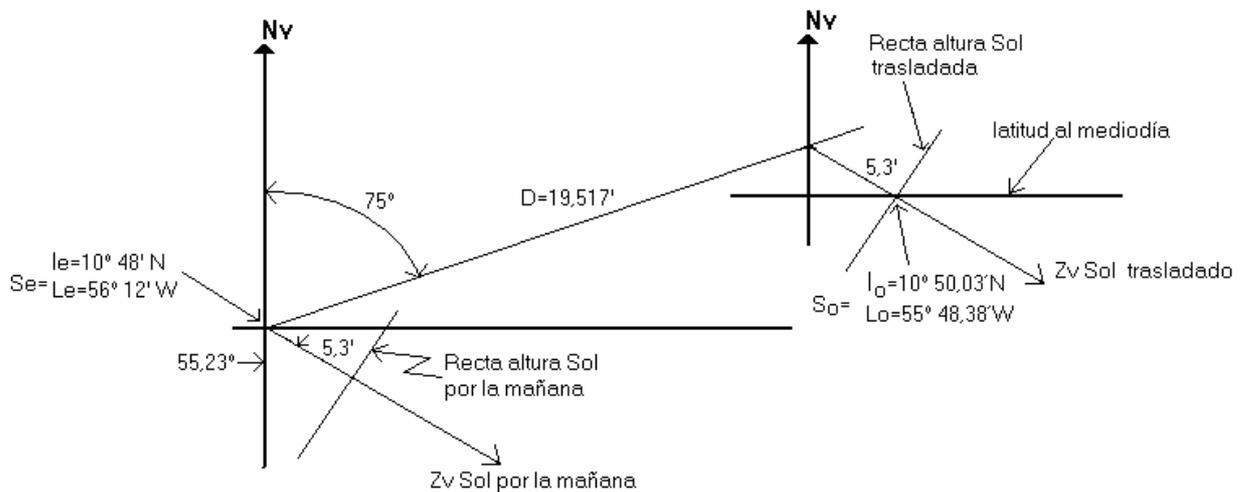


De la figura anterior se desprende:

$$l_v = \text{latitud verdadera al mediodía} = 90^\circ - 68^\circ 49,2' - 10^\circ 20,84' = 10^\circ 49,96' \text{N}$$

### Cálculo de la longitud por Pagel

$$\Delta l = l_v - l_o = 10^\circ 49,96' \text{N} - 10^\circ 50,03' \text{N} = 0$$



En éste caso da la casualidad de que la latitud meridiana pasa justo por el punto observado, y por lo tanto,  $\Delta L = Q \times \Delta l = 0,7066 \times 0 = 0$

### Situación al mediodía:

$$l_v = 10^\circ 49,96' \text{N}$$

$$L_v = L_o + \Delta L = 55^\circ 48,38' \text{W} + 0' = 55^\circ 48,38' \text{W}$$

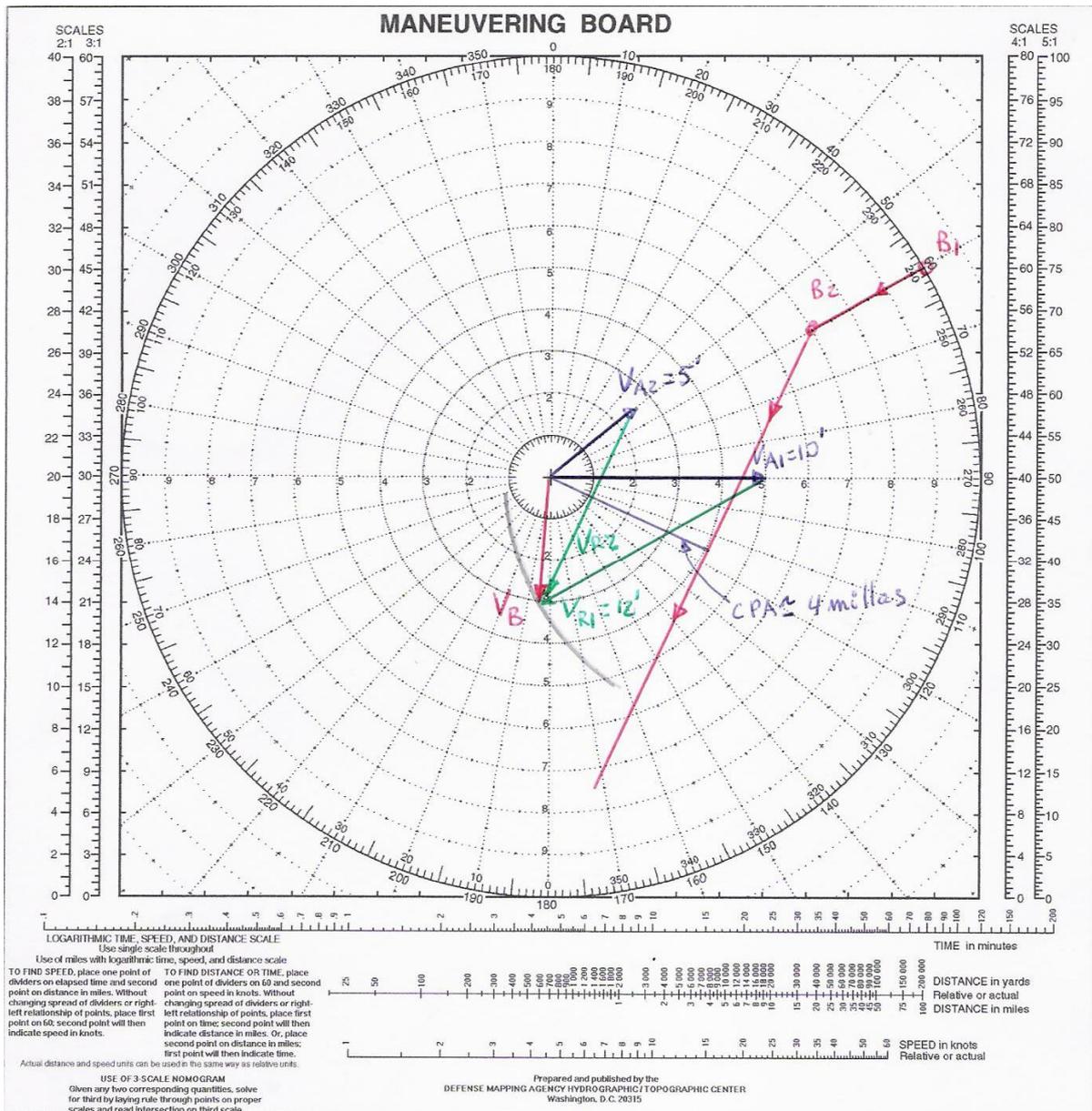
### Hora legal a la meridiana:

$$TU = 15 \text{h } 57,1 \text{m}$$

$$L_v = 55^\circ 48,38' \text{W} \rightarrow \text{Huso n}^\circ 4$$

$$Hz = \text{hora legal} = 15 \text{h } 57,1 - 4 = 11 \text{h } 57,1 \text{ del día 21 de Febrero de 2009}$$

**3º) Rumbo y velocidad del “B” y mínima distancia a que pasaremos del buque “B”.**



- Trazar vector  $VA1=10$  nudos a  $90^\circ$
- $VR1=$ Velocidad relativa de  $B=3^\circ \times 4=12$  nudos. Recta  $B1-B2=$ indicatriz del movimiento relativo de  $B$  respecto de  $A$ .
- Desde el extremo del vector  $VA1$  trazar un círculo de 12 nudos de velocidad
- Desde el extremo del vector  $VA1$  trazar una recta paralela a la indicatriz  $B1-B2$
- El punto de corte de la recta y el círculo define el vector velocidad.  $VB=6$  nudos,  $RB=185^\circ$
- Trazar el nuevo vector  $VA2=5$  nudos a  $50^\circ$ . Unir el extremo del vector  $VA2$  con el de  $VB$ ; tendremos la nueva indicatriz del movimiento  $VR2$ .
- Desde  $B2$  trazar paralela a la indicatriz anterior.  $CPA=$ Closest Point of Approach =mínima distancia de paso  $\approx 6$  millas.

**Respuestas:**  $VB=6$  nudos,  $RB=185^\circ$ ,  $CPA=6$  millas